Ch04_ 퍼지 전문가 시스템

이 장에서 다룰 내용

- ❖ 01_퍼지 사고란?
- ❖ 02_퍼지 집합
- ❖ 03_언어 변수와 헤지
- ❖ 04_퍼지 집합 연산
- ❖ 05_퍼지 규칙
- ❖ 06_퍼지 추론
- ❖ 07_퍼지 전문가 시스템 구축
- ❖ 08_요약

01_퍼지 사고란?

❖ 퍼지 논리

- 퍼지 논리는 영어 단어 퍼지(fuzzy)가 뜻하는 것처럼 모호한 논리가 아니라, 모호한 대상을 다루는 논리임.
- 퍼지 논리는 퍼지 집합, 즉 모호한 정도를 조절할 수 있는 집합에 대한 이론.
  - 퍼지 논리는 만물에는 어떤 정도를 나타낼 여지가 있다는 생각에서 시작한다.
- 온도, 높이, 빠르기, 거리, 미모, 모두 경계가 불분명한 척도를 나타냄.
  - 모터가 정말 뜨겁게 돈다. 톰은 매우 키가 큰 친구다.
- 경계가 불분명한 척도로는 어떤 등급에 속하는 것과 그렇지 않은 것을 구분할 수 없음.
  - 언덕이 얼마나 높으면 산이 될까?

01_퍼지 사고란?

❖ 불 논리

- 불 논리(Boolean Logic), 즉 전통적인 논리는 참과 거짓이 확실하게 구분됨.
  - 어떤 등급에 속하는 것과 그렇지 않은 것 사이에 선을 긋는 것과 같다.

- 불 논리의 불합리
  - '키가 180cm 이상이면 큰 키, 아니면 작은 키'라 가정하자.
  - 톰의 키가 181cm이라면 크다고 할 수 있다.
  - 키가 179cm인 데이비드는 작은 편이다. 데이비드의 키가 정말 작은 것일까?
  - 아니면 우리가 모래 위에 임의로 줄을 그었기 때문에 생기는 결과일 뿐일까?

- 퍼지 논리를 사용하면 불 논리의 불합리를 피할 수 있음.
  - 퍼지 논리는 사람들이 생각하는 방식을 반영.
  - 퍼지 논리는 낱말, 의사결정, 상식에 대한 인간의 인식을 모델링 함.

01_퍼지 사고란?

❖ **퍼지사고 : 다변수 논리**

- 퍼지 혹은 다변수 논리는 1930년대에 폴란드의 논리학자이자 철학자인 얀 루카지위츠가 창안.
  - 크다, 오래되다, 뜨겁다 같은 용어를 기초로 모호함을 수학적으로 표현고자 했음.
  - 고전 논리 연산은 1(참)과 0(거짓) 값만 다루지만, 루카지위츠는 진리 값의 범위를 0~1 사이에 있는 모든 실수로 확장했다.

- 루카지위츠는 범위에 있는 수를 주어진 문장이 참이나 거짓일 가능성을 나타내는 데 사용함.
  - 키가 181cm인 남자가 정말로 큰 키라는 가능성을 0.86이라는 값으로 정할 수 있다면, 이 남자는 큰키일 것이다.

- 이와 같은 연구에서 명확하지 않은 대상을 다루는 가능성 이론(possibility theory)이라는 추론 기법이 나왔음.

❖ 퍼지 사고 : 공헌자

- 맥스 블랙(Max Black)
  - 1937년에 철학자 맥스 블랙은 「막연함: 논리 해석의 과제(Vagueness: an exercise in logical analysis)」라는 논문을 발표.
  - 이 논문 에서 블랙은 연속체는 정도(degree)를 내포한다고 주장했다.

- 연속체의 정도
  - 셀 수 없이 많은 '의자'가 줄지어 있다고 해보자.
  - 한쪽 끝은 치펜데일 (영국의 가구 장인 이름) 가구고, 바로 다음 의자는 치펜데일 가구는 아니지만, 사실상 첫 번째 의자와 크게 다르지 않다.
  - 이어지는 '의자'들은 점점 의자의 형태와 멀어지며 줄의 반대쪽 끝에서는 통나무가 된다.
  - 어느 지점에서 의자가통나무가 되는가?

- 의자라는 개념은 의자와 의자가 아닌 것을 구별하는 명확한 선을 긋는 것을 허용하지 않음.
  - 블랙은 어떤 연속체가 이산적(discrete)이라면 연속체의 구성원마다 숫자를 부여할 수 있으며, 이 숫자는 정도를 나타낸다고 했다.
  - 문제는 '무엇에 대한 정도인가' 다.
  - 블랙은 줄지어 있는 '의자' 중 하나를 의자라고 하는 사람들의 비율을 숫자로 나타냈다. 다시 말해서, 블랙은 모호함을 확률 문제로 생각했다

01_퍼지 사고란?

❖ 퍼지 사고 : 공헌자

- 블랙의 중요한 공헌
  - 막연함: 논리 해석의 과제(Vagueness: an exercise in logical analysis)」라는 논문의 부록에 있다.
  - 여기에 간단한 퍼지 집합을 최초로 정의했고, 퍼지 집합 연산에 대한 기본적인 발상을 선보였다.

- 로트피 자데(Lotfi Zadeh)
  - 1965년 버클리에 있는 캘리포니아 대학교 전기공학부 교수이자 학장인 로트피 자데는 유명한 논문인「퍼지 집합(Fuzzy sets)」을 발표했다.
  - 자데는 사실상 퍼지성을 재발견하였으며, 이를 증명하고 탐구하였다.
  - 퍼지 연구를 활성화하고 퍼지를 위한 논쟁을 벌였다.
  - 자데는 가능성 이론에 대한 연구를 수학 논리의 형식 체계로 확장했다. 무엇보다 중요한 것은 자연어 용어를 적용하기 위해 새로운 개념을 도입했다는 점이다.
  - 퍼지 용어를 표현하고 조작하기 위한 새로운 논리를 퍼지 논리라 했다.

01_퍼지 사고란?

❖ **퍼지의 장점**

- **자데가 말했듯이, 퍼지라는 용어는 구체적이고 직접적이며 설명적이어서 무엇을 의미하는지 쉽게 이해할 수 있음.**

❖ **왜 논리일까**

- **모호성은 퍼지 집합론에 항상 존재하고, 퍼지 논리는 이 이론의 일부분일 뿐이다. 그러나 자데는 퍼지 논리라는 용어를 좀 더 넓은 뜻으로 사용했음.**

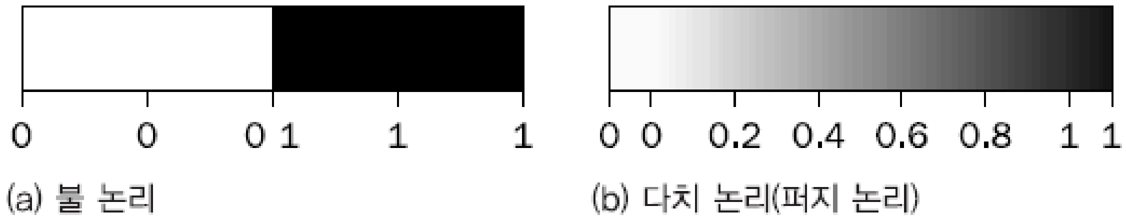
> 퍼지 논리는 고전적인 이진 논리(binary logic)처럼 소속을 분명히 하는 것이 아니라, 어느 정도 속하는지를 바탕으로 지식을 표현하는 일련의 수학 원리다.

- 2**치 논리인 불 논리와 달리 퍼지 논리는 다치 논리**(multi-valued logic)**임.**
  - **퍼지 논리는 소속도**(degrees of membership)**와 진리도**(degrees of truth)**를 다룬다.**

01_퍼지 사고란?

❖ 왜 논리일까

- 퍼지 논리는 0(완전한 거짓)과 1(완전한 참) 사이에 있는 연속된 논리값을 사용함.
- 퍼지 논리는 검정과 하양만 다루는 대신 다양한 색깔을 사용함.
- 즉 어떤 대상이 동시에 참이면서도 거짓인 경우를 허용함.
- [그림 4-1]에서 볼 수 있듯 퍼지 논리는 불 논리에 논리값 범위를 더한 것임.
- 고전적인 이진 논리는 다치 퍼지 논리의 특수한 경우로 볼 수 있음.



[그림 4-1] 불 논리와 퍼지 논리에서 논리값의 범위

❖ 집합론

- 우리가 쓰는 자연어는 집합의 궁극적인 표현임.
  - 자동차는 자동차의 집합을 가리킨다. 자동차 한 대라는 말은 자동차 집합의 원소 하나라는 의미다.

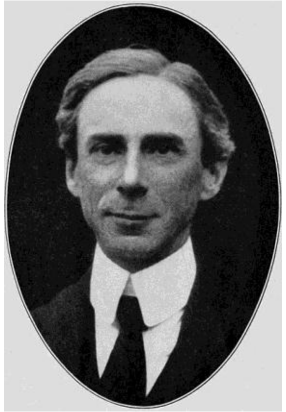
- X를 고전적인 크리스프 집합(crisp set, 분명한 집합)이고, x를 원소라 하자.
  - 그러면 원소 x는 X에 속하거나($x \in X$), X에 속하지 않거나($x \notin X$) 둘 중 하나다.
  - 고전적인 집합론에서는 이 집합에 명확한 경계를 긋고, 이 집합의 원소에는 1을, 원소가 아닌 것에는 0을 대입한다.
  - 크리스프 집합은 이분법 원리(principle of dichotomy)다.

❖ 크리스프 집합론

- 고전적인 논리 역설

  1 피타고라스 학파(Pythagorean School)
  - 질문: 크레타 철학자가 '모든 크레타 사람은 항상 거짓만 말한다' 고 주장한다면, 이 철학자는 진실을 말하고 있을까?
  - 불논리: 이 주장은 모순이다.
  - 퍼지 논리: 이 철학자는 진실을 말하고 있으면서 진실을 말하고 있지 않다.

  2 러셀의 역설(Russell's Paradox)
  - 마을의 이발사는 스스로 머리를 깎지 않는 사람의 머리만 깎는다.
  - 질문: 이발사의 머리는 누가 깎을까?
  - 불논리: 이 주장은 모순이다.
  - 퍼지 논리: 이발사는 자신의 머리를 깎으면서 깎지 않는다.



- 크리스프 집합론은 참과 거짓 두 가지 값만 쓰는 논리를 따름.
- 모호한 개념을 표현할 수 없기 때문에 역설에 대한 해답을 제시하지 못함.

추천 도서 : 로지코믹스

L O G I C O M I X
로지코믹스
버트런드 러셀의 삶을 통해 보는 수학의 원리
아포스톨로스 독시아디스, 크리스토스 H. 파파디미트리우 글 | 알레코스 파파다토스, 애니 디 도나 그림 | 전대호 옮김
컴퓨터 발명의 뿌리가 된 엄청난 영향력의 미완성 고전 《수학원리》!
러셀이 《수학원리》를 집필하고 수리논리학자로 세기를 풍미하기까지의
굴곡진 인생과 혁명적 사상 여정을 흥미롭게 그린 세계적 베스트셀러
제작기간 7년! 전 세계의 뜨거운 찬사! 23개국 출간!
★★★★★ 뉴욕타임스 베스트셀러
★★★★★ 타임 선정 '2009년 10대 논픽션'
★★★★★ 파이낸셜타임스 선정 '2009년 올해의 책'
★★★★★ 워싱턴포스트 선정 '2009년 최고의 책'
★★★★★ 퍼블리셔스위클리 선정 '2009년 최고의 책'
★★★★★ 뉴사이언티스트 선정 우수도서
★★★★★ 2010년 버트런드러셀협회 북어워드 수상
★★★★★ 2010년 이탈리아 트레비소국제만화페스티벌 '최고의 외국어만화상' 수상
★★★★★ 2010년 뉴애플랜틱인디펜던트 북셀러즈어워드 수상
★★★★★ 2010년 네덜란드출판상 수상
★★★★★ 2011년 프랑스 앙굴렘국제만화페스티벌 그랑프리 후보
지적인 자극과 만화적 유쾌함의 절묘한 조화로,
읽는 내내 전두엽을 즐겁게 해주는 책!
정재승 • KAIST 교수, 《정재승의 과학콘서트》 저자
랜덤하우스

대학의 고위 관계자들이 마중을 나왔네.
러셀 교수님을 환영합니다!
그러나 러셀을 기다리는 건 그들만이 아니었다.
그런데 저, 문제가 좀….
그래요? 어디 들어봅시다.
예, 그게, 국제관계가 새로운 국면으로 들어서면서…
?
…방작용이 좀 생겼습니다!
구체적으로 말해…
미국 참전 반대
평화
…고립주의자들이 러셀의 강연장 입구에서 시위 중이었다!
연사에게 아주 구체적인 요구 사항을 내놓는 고립주의자들….
22
러셀 교수님, 이 강연 관두십시오! 이리 와 우리 시위에 동참하세요!
고립주의자들이 러셀에게 이런 요구를 하는 데에는 그만한 이유가 있었다.
그 이유라면 나도 알지. 러셀은 평화운동가로 유명했으니까!
평화운동을 벌이다 수감되기도 했지. 하지만 그건 제1차세계대전 때 일이었네!
교수님은 합리적인 분이십니다.
그런가요?
우리 편에 서십시오!
그럼…
…당신들이 들어와 내 강연을 듣는 게 어떻겠습니까?
싫습니다! 교수님의 자리는 바로 여기, 우리 곁입니다!
우리, 합리적인 사람들 곁이라고요!
물론 러셀 역시 그리 호락호락한 상대는 아니었다.
23

❖ 퍼지 집합론

- 퍼지 집합론의 기본 발상
  - 원소가 퍼지 집합에 어느 정도 속한다는 것이 퍼지 집합의 기본 발상이다.
  - 명제는 참 또는 거짓이 아니라 어느 정도는 부분적으로 참(이거나 부분적으로 거짓)으로 나타낸다.
  - 정도는 보통 [0,1] 범위의 실수값으로 표현한다.

- 고전적인 예 : 키가 큰 남자는 퍼지 집합론 [표 4-1]
  - 퍼지 집합 '키가 큰 남자'의 원소는 모든 남자지만, 이 집합의 소속도는 [표 4-1]에서 보듯 키에 좌우된다.
  - 키가 205cm인 마크는 소속도 1, 키가 152cm인 피터는 소속도 0으로 구분할 수 있다.
  - 중간에 있는 사람들은 그 사이에 있는 값으로, 부분적으로는 크다.
  - 어떤 사람을 크다고 할지는 사람마다 생각이 다르다.
  - 그러나 키가 큰 남자 집합에 들어갈 후보에게는 [표4-1]과 같은 값이 할당될 것이다.

❖ 퍼지 집합론

'이 남자는 키가 클까?'라는 질문이 주어졌을 때.

[표 4-1] 참조.

- 크리스프 집합의 답변
  - '이 남자는 키가 클까?'라고 질문한 다음, 180cm 같은 기준선을 긋는다.
  - 키가 큰 남자는 180cm 이상, 키가 작은 남자는 180cm 미만으로 나눈다.
  - 만약 톰의 키가 181cm이면 톰은 키가 크다.

- 퍼지 집합의 답변
  - 퍼지 집합은 '이 남자는 키가 얼마나 클까?'라고 질문한다.
  - 이에 대한 답변은 퍼지 집합의 부분적인 소속도가 된다.
  - 톰의 키가 181cm이면, 톰은 0.82만큼 크다.

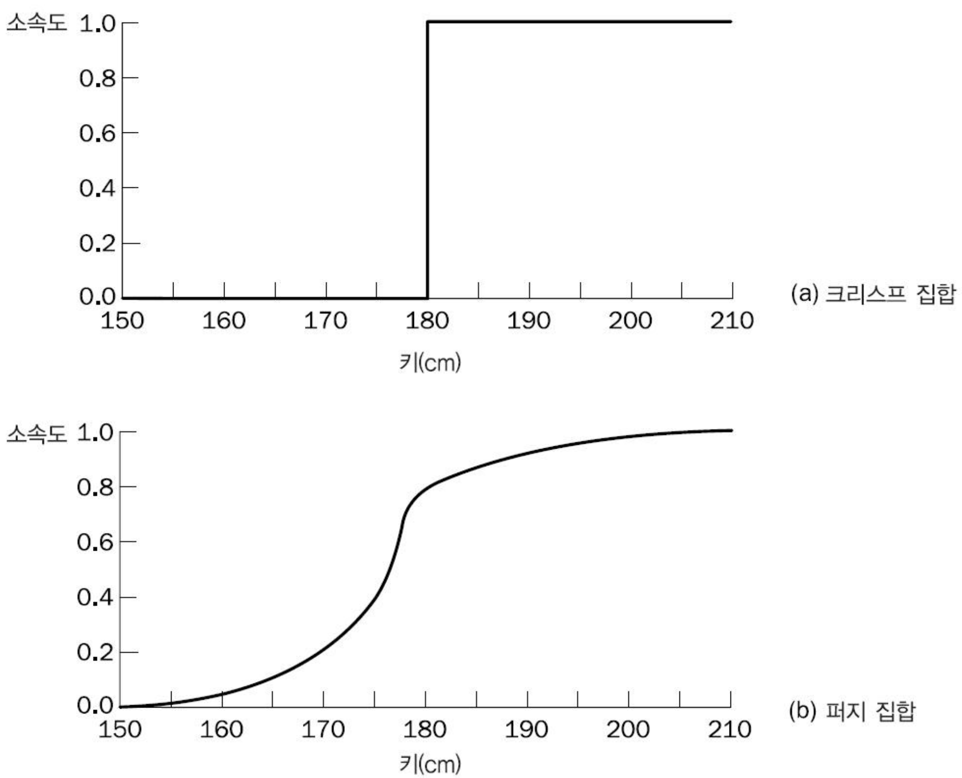
❖ 퍼지 집합론

[표 4-1] '키가 큰 남자'에 대한 소속도

이름	키(cm)	소속도	
		크리스프	퍼지
크리스	208	1	1.00
마크	205	1	1.00
존	198	1	0.98
톰	181	1	0.82
데이비드	179	0	0.78
마이크	172	0	0.24
밥	167	0	0.15
스티븐	158	0	0.06
빌	155	0	0.01
피터	152	0	0.00

❖ 퍼지 집합론

- 퍼지 집합은 경계를 넘을 때 점진적으로 전이함. [그림 4-2]
  - '매우 키가 작은 남자', '키가 작은 남자' ,'키가 보통인 남자', '매우 키가 큰 남자' 같은 집합도 생각할 수 있음.



[그림 4-2] '키가 큰 남자'에 대한 크리스프 집합과 퍼지 집합

❖ 퍼지 집합론

- [그림 4-2]에서 가로축은 논의 영역(universe of discourse), 즉 선택한 변수에 적용할 수 있는 모든 값의 범위를 나타냄.
  - 이 예에서 변수는 사람의 키다. 그림을 보면 남자 키의 영역은 모두 키가 큰 남자로 구성된다.
  - 영역은 문맥에 따라 다를 수 있기 때문에 보통 선택의 여지가 남는다.
  - '키가 큰 남자'의 집합은 인간 키 영역의 일부일 수도 있고, 포유동물 키 영역의 일부일 수도 있고, 모든 동물 키 영역의 일부일 수도 있다.

- [그림 4-2]의 세로축은 퍼지 집합에 대한 소속값을 나타냄.
  - '키가 큰 남자'에 대한 퍼지 집합은 키 값을 관련 소속 값에 대응한다.
  - 그림을 보면 키가 179cm인 데이비드는 톰보다 2cm 작을 뿐인데(크리스프 집합에서처럼) 갑자기 더 이상 키가 크지 않은 (또는 작은) 남자가 되는 것은 아니다.

- 퍼지 집합에서는 데이비드와 그 외의 남자들이 키가 작아질수록 점점 '키가 큰 남자' 집합에서 빠지게 됨.

❖ 퍼지 집합론

- 퍼지 집합은 단순히 경계가 모호한 집합으로 정의할 수 있음.
- X를 논의 영역, x를 이 영역의 원소라 하자.
  - 고전적인 집합론에서 X상의 크리스프 집합 *A*는 *A*에 대한 특성 수 $f_A(x)$를 써서 정의한다.

$$f_A(x): X \rightarrow \{0,1\} \qquad (4.1)$$

  - 여기서 $f_A(x)$ 는 다음과 같다.

$$f_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } x \in A \\ 0, & \text{if } x \notin A \end{cases}$$

  - 이 집합은 영역X를 두 원소로 이루어진 집합에 대응시킨다.
  - 영역X의 특정 원소 *x*가 있을 때, 특성함수 $f_A(x)$는 *x*가*A*의 원소면1이고, *x*가 *A*의 원소가 아니면 0이다.

02_퍼지 집합

❖ 퍼지 집합론

- 퍼지 이론에서 영역X에 속한 퍼지 집합 A는 함수 $\mu_A(x)$를 써서 정의함.
- 이 함수를 집합A에 대한 소속 함수(membership function)라 함.

$$\mu_A(x) : X \rightarrow [0, 1] \qquad (4.2)$$

- 여기서 $\mu_A(x)$ 는 다음과 같다.

$\mu_A(x) = 1$ x가 완전히 A에 속한 경우

$\mu_A(x) = 0$ x가 완전히 A에 속하지 않는 경우

$0 < \mu_A(x) < 1$ x가 부분적으로 A에 속한 경우

- 이 집합에서 가능한 선택지는 연속적인 값이 될 수 있다.
- 영역 X의 특정 원소 x가 있을 때, 소속함수 $\mu A(x)$는 x가 집합A에 속하는 정도다.
- 이는 0~1 사이의 값으로 소속도를 나타내며, 집합A에서 원소 x의 소속값이라고도 한다.

02_퍼지 집합

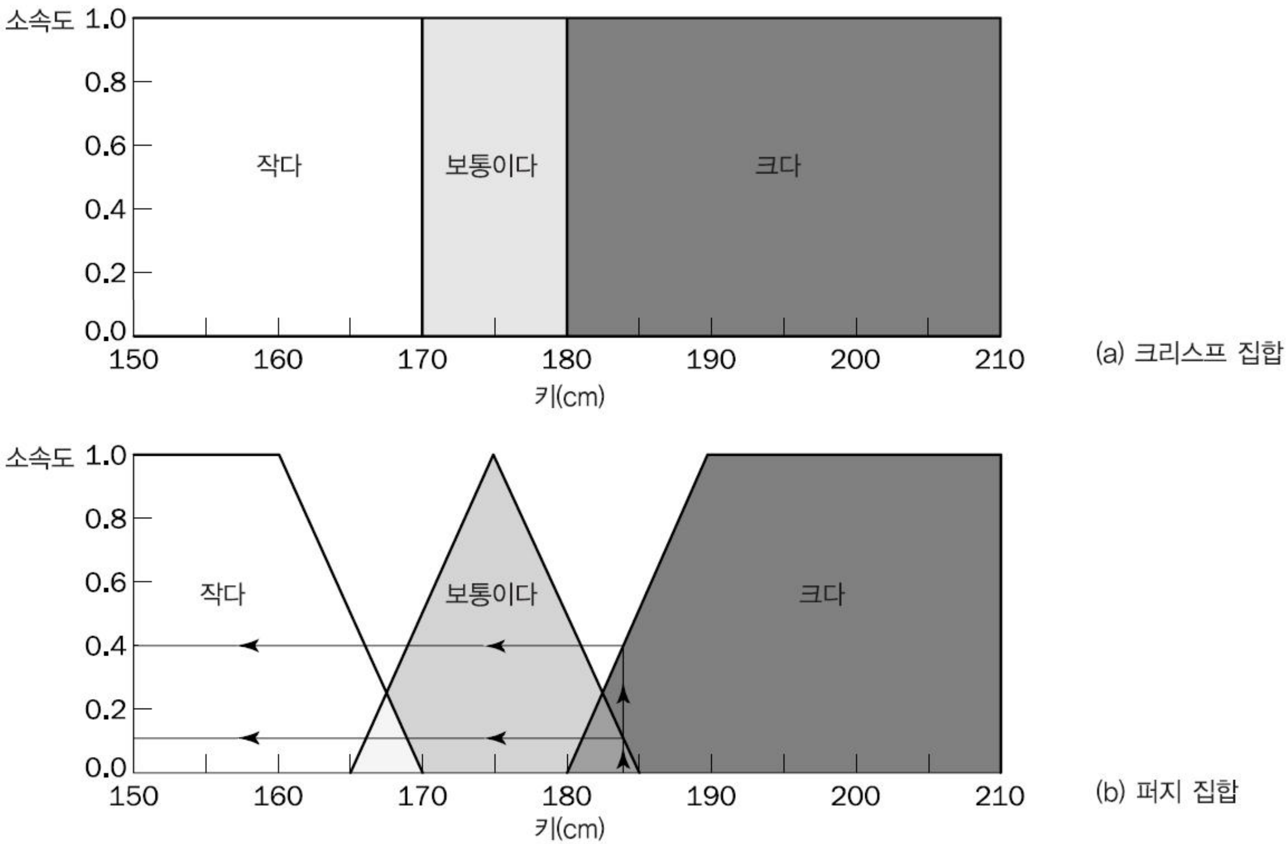
❖ 퍼지 집합의 표현

- 소속 함수 결정 방법
  - 퍼지 집합을 구성할 때 매우 실용적인 접근법 중 하나는 전문가 한 사람의 지식에 의존하는 방법이다.
  - 전문가에게 원소가 주어진 집합에 속하는지를 물어본다.
  - 다른 유용한 접근법은 여러 전문가에게서 지식을 얻는 방법이다.
  - 최근에 퍼지 집합을 만드는 새로운 기법으로 기계 학습 알고리즘을 이용하는 방법이 소개되었다.
  - 기계 학습 알고리즘은 사용 가능한 시스템 연산 데이터를 학습한 다음 자동으로 퍼지 집합을 유도해낸다.

- 컴퓨터에서 퍼지 집합을 나타내기 : '키가 큰 남자' 예
  - 크리스프 집합과 함께 [그림 4-3]으로 나타낼 수 있다.
  - 이 집합들의 논의 영역인 남자의 키는 키가 작은 남자, 키가 보통인 남자, 키가 큰 남자라는 세 집합으로 이루어진다.
  - 여기서 볼 수 있듯, 퍼지 논리에서는 키가 184cm인 남자는 키가 보통인 남자 집합의 구성원으로 소속도가 0.1이고, 동시에 키가 큰 남자 집합의 구성원으로서 소속도가 0.4다.
  - 이는 키가184cm인 남자가 여러 집합에 부분적으로 소속되어 있음을 뜻한다.

❖ 퍼지 집합

▪ 크리스프 집합과 퍼지 집합 [그림 4-3]



[그림 4-3] 키가 작은 남자, 키가 보통인 남자, 키가 큰 남자에 대한 크리스프 집합과 퍼지 집합

❖ 퍼지 집합

- **퍼지 집합의 예**
  - **참조 초집합**(reference super set)**이라고도 하는 논의 영역 X가 원소 다섯 개를 포함하는 크리스프 집합** X = {x1, x2, x3, x4, x5} **라고 하자.**
  - X**의 크리스프 부분 집합** *A***가 원소 두개로 이루어져 있다고 하자.**

    A = {x2, x3}
  - **부분 집합** *A***는 이제** *A* = {(x1, 0), (x2, 1), (x3, 1), (x4, 0), (x5, 0)}**를** $\{(x_i, \mu_A(x_i))\}$ **쌍의 집합으로 나타낼 수 있음**
  - $\mu_A(x_i)$**는 부분 집합** *A***의 원소** x_i **에 대한 소속 함수다.**

문제는 '$\mu_A(x)$**가** 0 **또는** 1**이라는 두 값만 취할 수 있는가, 아니면** 0~1 **사이의 어떤 값이라도 취할 수 있는가**'**다.**

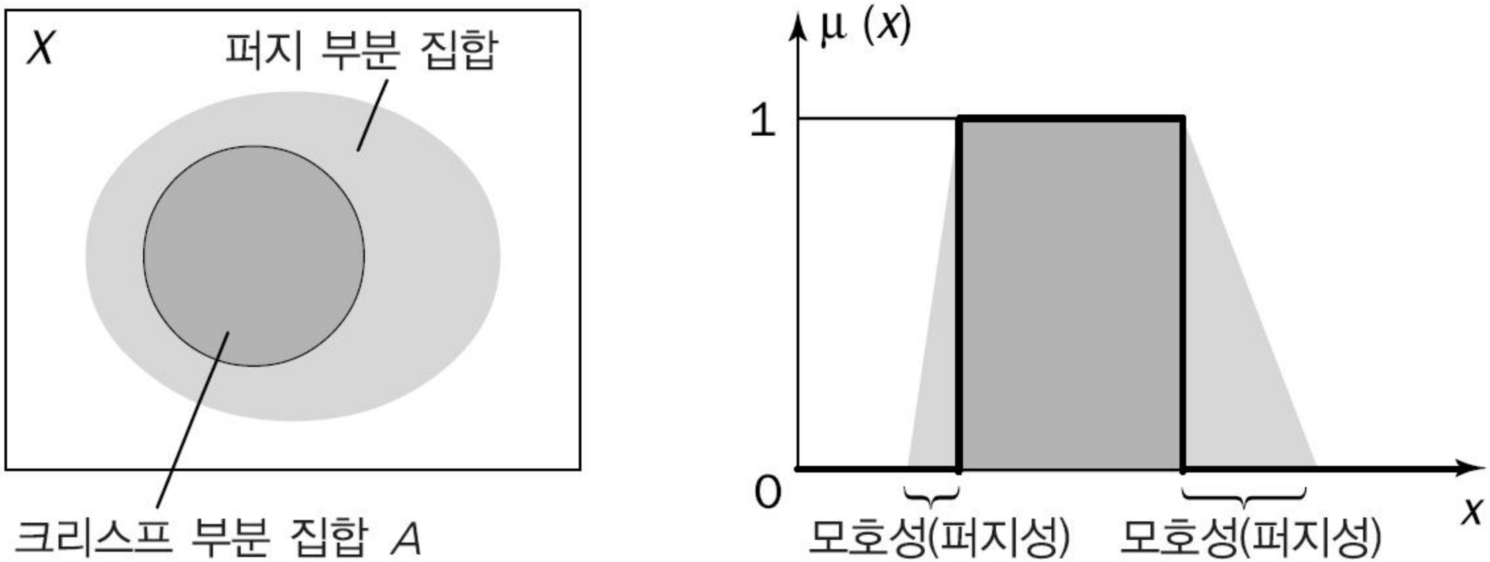
- **이는** 1965**년에 자데가 연구한 퍼지 집합의 기본 문제기도 하다.**
- X**가 참조 초집합이고** *A***가** X**의 부분 집합이라면,** *A***가** X**의 퍼지 부분 집합일 필요충분조건은 다음과 같다.**

$$A = \{(x, \mu_A(x))\} \qquad x \in X,\ \mu_A(x) : X \rightarrow [0, 1] \qquad (4.3)$$

- **특수한 경우로,** X → [0, 1] **대신** X → { 0, 1}**을 사용하면 퍼지 부분 집합***A***는 크리스프 부분 집합** *A***가 된다.**

❖ 퍼지 집합

- 퍼지 집합과 크리스프 집합은 [그림4-4]와 같이 나타낼 수도 있다



[그림 4-4] X의 크리스프 부분 집합과 퍼지 부분 집합

❖ 퍼지 집합

- 유한한 참조 초 집합X의 퍼지 부분 집합*A*는 다음과 같이 나타낼 수 있음

$$A = \{(x_1, \mu_A(x_1))\}, \{(x_2, \mu_A(x_2))\}, \ldots, \{(x_n, \mu_A(x_n))\} \quad (4.4)$$

  - *A*를 다음과 같이 나타내면 더욱 편리하다. 여기서 구분 기호(/)는 소속값을 수평축의 좌표와 연관 지을 때 사용한다.

$$A = \{\mu_A(x_1)/x_1\}, \{\mu_A(x_2)/x_2\}, \ldots, \{\mu_A(x_n)/x_n\} \quad (4.5)$$

- 연속적인 퍼지 집합을 컴퓨터로 나타내려면 이를 함수로 나타내고 집합의 원소를 소속도에 대응 시켜야 함
  - 이때 쓸 수 있는 전형적인 함수로는 시그모이드(sigmoid) 함수, 가우스(gaussian) 함수, 파이(pi) 함수가 있다.
  - 이 함수들은 퍼지 집합의 실수 데이터를 나타낼 수 있으나 계산 시간을 증가시킨다.
  - 따라서 실제 응용에서는 대부분 [그림4-3]에서 본 것과 같은 선형 적합 함수를 쓴다

❖ 퍼지 집합

- 이를테면, [그림 4-3]의 키가 큰 남자에 대한 퍼지 집합은 다음과 같은 적합 벡터(fit-vector)로 나타낼 수 있음.

$$\text{키가 큰 남자} = (0/180,\ 0.5/185,\ 1/190)$$

$$\text{또는 키가 큰 남자} = (0/180,\ 1/190)$$

- 이를테면, [그림 4-3]의 키가 큰 남자에 대한 퍼지 집합은 다음과 같은 적합 벡터로 나타낼 수 있음.

$$\text{키가 작은 남자} = (1/160,\ 0.5/165,\ 0/170)$$

$$\text{또는 키가 작은 남자} = (1/160,\ 0/170)$$

$$\text{키가 보통인 남자} = (0/165,\ 1/175,\ 0/185)$$

❖ 언어 변수와 헤지

- 퍼지 집합론의 뿌리에는 언어 변수라는 개념이 들어있음.
- 언어 변수는 퍼지 변수(fuzzy variable)임.
  - '존은 크다'라는 문장은 언어 변수 존이 언어 값 '크다'를 취한다는 뜻이다.
  - 퍼지 전문가 시스템에서는 언어 변수를 퍼지 규칙에 사용한다.
  - 다음과 같은 예를 보자.

IF 바람이 강하다
THEN 항해하기 좋다

IF 프로젝트_지속기간이 길다
THEN 완료_위험도가 높다

IF 속도가 느리다
THEN 정지거리가 짧다

  - 언어 변수 하나에 할당되는 값의 범위는 해당 변수에 대한 논의 영역을 나타낸다.
  - 언어변수 속도에 대한 논의 영역은 0km/h~220km/h까지고, '매우 느리다', '느리다', '보통이다', '빠르다', '매우 빠르다' 같은 퍼지 부분 집합을 포함할 수 있다.
  - 각 퍼지 부분 집합 역시 대응하는 언어 변수에 대한 언어 값을 나타낸다.

03_언어 변수와 헤지

❖ 언어 변수와 헤지

- 언어 변수는 **헤지(hedge)**라 하는 퍼지 집합 한정사의 개념을 수반한다.
  - 헤지는 퍼지 집합의 모양을 바꾸는 용어다.
  - 헤지는 매우, 얼마간, 꽤, 다소, 조금 같은 부사를 포함한다.
  - 헤지는 동사, 형용사, 부사, 심지어 전체 문장을 조작할 수 있다.

- 헤지는 다음과 같이 쓰인다.
  - 범용 수식어: 매우, 꽤, 몹시
  - 진리값: 거의 참이다, 대개 거짓이다
  - 확률: ~일 것이다, ~일 것 같지 않다
  - 한정사: 대부분, 몇몇, 거의 없는
  - 가능성: 거의 불가능하다, 꽤 있음직하다

- 헤지 자신은 연산자처럼 작동한다.
  - '매우'는 집중(concentration) 연산을 수행하고 새로운 집합을 만든다.

- 키가 큰 남자 집합에서 헤지 '매우'는 '매우 키가 큰 남자'라는 부분 집합을 이끌어낸다.
- 헤지 몹시는 같은 효과를 좀 더 크게 만든다.

❖ 언어 변수와 헤지

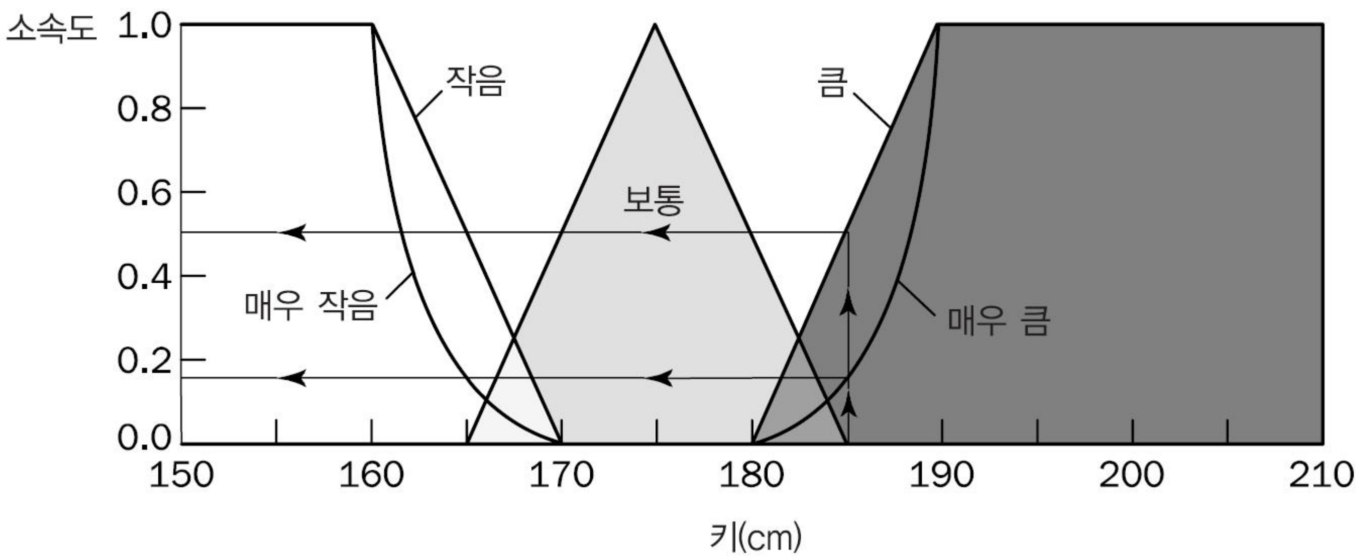
- 집중과 반대되는 연산으로 확장(dilation)이 있다. 확장 연산은 집합을 확장함.
  - 헤지 다소는 확장 연산을 수행한다.
  - 다소 키가 큰 남자 라는 집합은 키가 큰 남자의 집합보다 범위가 넓다.

- 헤지는 연산으로도 유용하지만, 연속체를 퍼지 구간으로 끊을 수도 있음.
  - '매우 춥다', '적당히 춥다', '조금 춥다', '춥지도 덥지도 않다', '조금 덥다', '적당히 덥다', '매우 덥다' 같은 헤지는 온도를 설명하는 데 쓸 수 있다.
  - 분명히 이들 퍼지 집합은 서로 겹친다.

- 헤지를 사용하면 인간의 사고를 반영할 수 있는데, 이는 사람들은 보통 '조금 덥다'와 '적당히 덥다'를 구분하지 못하기 때문임.

❖ 언어 변수와 헤지

- 헤지 '매우'의 퍼지 집합 : [그림 4-5]



[그림 4−5] 헤지 매우와 함께하는 퍼지 집합

- [그림 4-5]는 헤지를 응용한 예를 보여준다.
- [그림 4-3]에서 살펴본 퍼지 집합은 이제 헤지 매우가 적용되어 수치가 바뀌었다.
- 키가 185cm인 남자를 생각해보자. 이 남자는 키가 큰 남자 집합에 0.5만큼 속한다. 그러나 이 남자는 매우 키가 큰 남자 집합에도 0.15만큼 속한다.

❖ 언어 변수와 헤지

- 실제 응용에서 자주 사용하는 헤지
  - 매우(very): 집중 연산이다. 앞에서 언급했듯이 집합의 범위를 좁히고 퍼지 원소의 소속도를 낮춘다. 이 연산은 수학의 제곱 연산이다.

$$\mu_A^{very}(x) = [\mu_A(x)]^2 \tag{4.6}$$

    톰이 키가 큰 남자 집합에 0.86만큼 속한다면, 매우 키가 큰 남자 집합에는 0.7396만큼 속한다.

  - 몹시(extremely): 매우와 비슷한 효과가 있는데, 그 정도가 더 크다. 이 연산은μA(x)를 세제곱한 것이다.

$$\mu_A^{extremely}(x) = [\mu_A(x)]^3 \tag{4.7}$$

    톰이 키가 큰 남자 집합에 0.86만큼 속한다면, 매우 키가 큰 남자 집합에는 0.7396만큼 속하고, 몹시 키가 큰 남자 집합에는 0.6361만큼 속한다.

  - 매우매우(very very): 집중 연산을 단순히 확장한 것이다. 이 연산은 집중 연산을 제곱한 것이다.

$$\mu_A^{very\,very}(x) = [\mu_A^{very}(x)]^2 = [\mu_A(x)]^4 \tag{4.8}$$

    키가 큰 남자 집합에 0.86만큼, 매우 키가 큰 남자 집합에는 0.7396만큼 속하는 톰은 매우매우키가 큰 남자 집합에는0.5470만큼 속한다.

❖ 언어 변수와 헤지

- 실제 응용에서 자주 사용하는 헤지
  - 다소(more or less): 확장 연산이다. 집합을 확장함으로써 퍼지 원소들의 소속도를 높인다. 이 연산은 다음과 같이 나타낸다.

$$\mu_A^{more\ or\ less}(x) = \sqrt{\mu_A(x)} \qquad (4.9)$$

    만약 톰이 키가 큰 남자 집합에 0.86만큼 속한다면 다소 키가 큰 남자 집합에는 0.9274만큼 속한다.

  - 확실히(Indeed): 강화(intensification) 연산이다. 모든 문장의 의미를 강화한다. 소속도가 0.5이상이면 소속도를 더 높이고, 0.5보다 낮은 경우에는 더 낮추는 역할을 한다. 헤지 확실히는 두 가지 방법으로 수행될 수 있다

$$\mu_A^{indeed}(x) = 2[\mu_A(x)]^2 \qquad \text{if } 0 \leq \mu_A(x) \leq 0.5 \qquad (4.10)$$

$$\mu_A^{indeed}(x) = 1 - 2[1 - \mu_A(x)]^2 \qquad \text{if } 0.5 < \mu_A(x) \leq 1 \qquad (4.11)$$

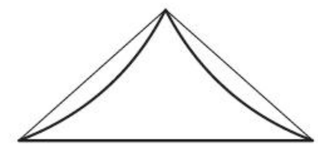
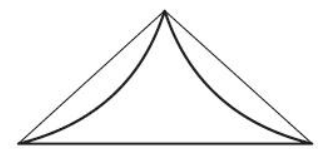
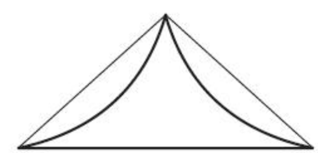
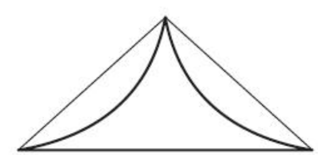
    만약 톰이 키가 큰 남자집합에0.86만큼 속한다면 확실히 키가 큰 남자 집합에는 0.9608 만큼 속한다.

    반대로 키가 큰 남자 집합에 0.24만큼 속하는 마이크는 확실히 키가 큰 남자 집합에는 0.1152 만큼 속한다.

❖ 언어 변수와 헤지

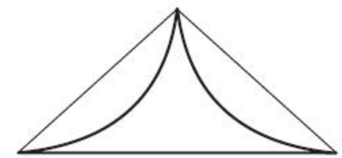
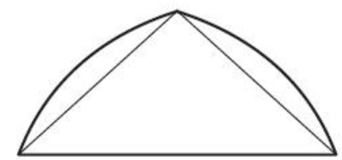
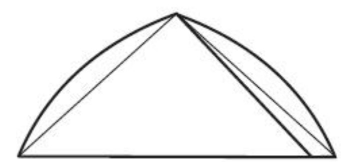
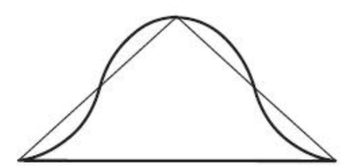
- **헤지에 대한 수식과 그래프 표현이 요약** : [표4-2]

[표 4-2] 퍼지 논리에서 헤지를 나타내는 방법

헤지	수식 표현	그래프 표현
약간	$[\mu_A(x)]^{1.3}$	
조금	$[\mu_A(x)]^{1.7}$	
매우	$[\mu_A(x)]^{2}$	
몹시	$[\mu_A(x)]^{3}$	

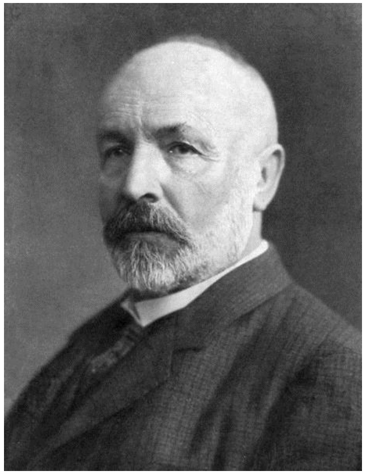
❖ 언어 변수와 헤지

- **헤지에 대한 수식과 그래프 표현이 요약** : [표4-2]

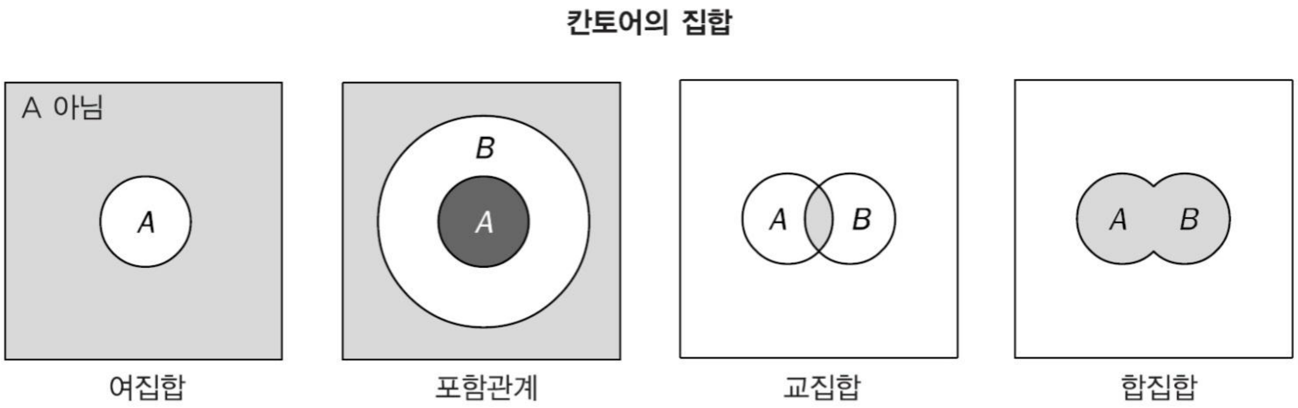
매우매우	$[\mu_A(x)]^4$	
다소	$\sqrt{\mu_A(x)}$	
얼마간	$\sqrt{\mu_A(x)}$	
확실히	$2[\mu_A(x)]^2$ if $0 \leqslant \mu_A \leqslant 0.5$ $1-2[1-\mu_A(x)]^2$ if $0.5 < \mu_A \leqslant 1$	

❖ 퍼지 집합 연산

- 19세기 말, 게오르그 칸토어(Georg Cantor)가 발전시킨 고전 집합론은 크리스프 집합들이 어떻게 상호작용하는지를 설명함.
  - 이러한 상호작용을 연산(operation)이라 한다.
  - 고전 집합론에는 여집합, 포함 관계, 교집합, 합집합 네 가지가 있다.
  - [그림 4-6]에 네 연산을 도식화해 놓았다.



- 고전적인 집합과 퍼지 집합의 연산을 비교 : [그림 4-6]



[그림 4-6] 고전적인 집합 연산

❖ 퍼지 집합 연산

- 여집합(complement)
  - 크리스프 집합: 어떤 원소가 그 집합에 속하지 않을까?
  - 퍼지 집합: 원소들이 그 집합에 얼마만큼 속하지 않을까?

- 집합의 여집합은 해당 집합의 반대를 의미한다.
  - 키가 큰 남자 집합의 여집합은 키가 크지 않은 남자집합이다.

- 논의 영역에서 키가 큰 남자 집합을 빼면 여집합을 얻는다.
- *A*가 퍼지 집합 이라면 여집합 ¬*A*는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mu_{\neg A}(x) = 1 - \mu_A(x) \qquad (4.12)$$

  - 이를테면, 키가 큰 남자 퍼지 집합이 있다면 키가 크지 않은 남자 퍼지 집합을 다음과 같이 쉽게 구할 수 있다.

키가 큰 남자 = (0/180, 0.25/182.5, 0.5/185, 0.75/187.5, 1/190)

키가 크지 않은 남자 = (1/180, 0.75/182.5, 0.5/185, 0.25/187.5, 0/190)

❖ 퍼지 집합 연산

- 포함관계(containment)
  - 크리스프 집합: 어떤 집합이 다른 집합에 속할까?
  - 퍼지 집합: 어느 집합이 다른 집합들에 속할까?
- 중국 상자나 러시아 마트료시카 인형처럼 집합은 다른 집합을 포함할 수 있다.
  - 포함되는 쪽을 부분 집합(subset)이라 한다.
  - '키가 큰 남자' 집합은 모든 키가 큰 남자를 포함한다.그러므로 매우 키가 큰 남자는 키가 큰 남자의 부분 집합이다.
  - 반면에 키가 큰 남자 집합은 남자 집합의 부분 집합이 된다.
- 크리스프 집합에서는 부분 집합의 모든 원소는 초집합에 완전히 속하고, 소속값은 1 이 된다.
  - 그러나 퍼지 집합에서 각 원소는 초집합보다 부분 집합에 더 적게 속한다.
  - 퍼지 부분 집합 원소들의 부분 집합에 대한 소속값은 초집합에 대한 소속값보다 작다.

키가 큰 남자 $= (0/180, 0.25/182.5, 0.50/185, 0.75/187.5, 1/190)$

매우 키가 큰 남자 $= (0/180, 0.06/182.5, 0.25/185, 0.56/187.5, 1/190)$

❖ 퍼지 집합 연산

- 교집합(intersection)
  - 크리스프 집합: 어느 원소가 두 집합 모두에 속할까?
  - 퍼지 집합: 원소가 두 집합 모두에 얼마만큼 속할까?

- 고전 집합론에서 두 집합의 교집합은 집합들이 공유하는 원소들을 포함한다.
  - '키가 큰 남자'와 '뚱뚱한 남자'의 집합이 있다면 교집합은 이 집합들이 겹치는 영역을 말한다.
  - 즉, 톰은 키가 크고 뚱뚱할 때만 이 교집합에 속한다.
  - 그러나 퍼지 집합에서는 한 원소가 두 집합에 서로 다른 정도로 부분적으로 속할 수 있다.
  - 그리고 각 원소의 퍼지 교집합에 대한 소속값은 두 집합에 대한 소속 값 중 낮은 값이 된다.

- 논의 영역 X에서 두 퍼지 집합A와 B의 교집합을 만드는 퍼지 연산.

$$\mu_{A\cap B}(x) = min\left[\mu_A(x), \mu_B(x)\right] = \mu_A(x) \cap \mu_B(x), \quad \text{where } x \in X \qquad (4.13)$$

❖ 퍼지 집합 연산

- 키가 큰 남자와 키가 보통인 남자의 퍼지 집합.

$$키가\ 큰\ 남자 = (0/165,\ 0/175,\ 0.0/180,\ 0.25/182.5,\ 0.5/185,\ 1/190)$$

$$키가\ 보통인\ 남자 = (0/165,\ 1/175,\ 0.5/180,\ 0.25/182.5,\ 0.0/185,\ 0/190)$$

- (4.13)에 따르면 이 두 집합의 교집합은 다음과 같다.

$$키가\ 큰\ 남자 \cap 키가\ 보통인\ 남자 = (0/165,\ 0/175,\ 0/180,\ 0.25/182.5,\ 0/185,\ 0/190)$$

- 즉, 다음과 같다.

$$키가\ 큰\ 남자 \cap 키가\ 보통인\ 남자 = (0/180,\ 0.25/182.5,\ 0/185)$$

- 이를 도식으로 나타내면 [그림4-7]과 같다.

❖ 퍼지 집합 연산

- 합집합(union)
  - 크리스프 집합: 원소가 두 집합 어느 쪽이든 속할까?
  - 퍼지 집합: 원소가 두 집합 어느 쪽이든 얼마만큼 속할까?

- 두 크리스프 집합의 합집합은 두 집합에 속하는 모든 원소들로 이루어진짐.
  - 이를테면, 키가 큰 남자와 뚱뚱한 남자의 합집합은 키가 크거나 뚱뚱한 모든 남자들로 이루어진다.
  - 즉, 톰은 키가 크기 때문에 이 합집합에 속하는데, 이때 톰이 뚱뚱한지 아닌지는 상관이 없다.

- 퍼지 집합에서 합집합은 교집합의 반대임.
  - 다시 말해서, 각 원소의 합집합에 대한 소속 값은 두 집합에 대한 소속 값 중 높은 값이다.

- 전체 집합X에 속하는 두 퍼지 집합A와B의 합집합을 만드는 퍼지 연산은 다음과 같음.

$$\mu_{A \cup B}(x) = max\left[\mu_A(x), \mu_B(x)\right] = \mu_A(x) \cup \mu_B(x), \quad \text{where } x \in X \qquad (4.14)$$

❖ 퍼지 집합 연산

- 다시 한 번 키가 큰 남자와 키가 보통인 남자의 퍼지 집합을 생각해보자.

  키가 큰 남자 = (0/165, 1/175, 0.0/180, 0.25/182.5, 0.5/185, 1/190)

  키가 보통인 남자 = (0/165, 1/175, 0.5/180, 0.25/182.5, 0.0/185, 0/190)

  - (4.14)에 따르면 이 두집합의 합집합은 다음과 같다.

    키가 큰 남자 ∪ 키가 보통인 남자 = (0/165, 1/175, 0.5/180, 0.25/182.5, 0.5/185, 1/190)

  - [그림4-7]은 퍼지 집합 연산의 다이어그램을 보여준다.
  - 크리스프 집합과 퍼지 집합에는 동일한 특성이 있다.
  - 크리스프 집합은 퍼지 집합의 특수한 경우로 볼 수 있다.

- 퍼지 집합에서 성립하는 법칙
  - 교환법칙(commutativity)

$$A \cup B = B \cup A$$
$$A \cap B = B \cap A$$

예 키가 큰 남자 OR 키가 작은 남자 = 키가 작은 남자 OR 키가 큰 남자

키가 큰 남자 AND 키가 작은 남자 = 키가 작은 남자 AND 키가 큰 남자

❖ 퍼지 집합 연산

- 퍼지 집합에서 성립하는 법칙
  - 결합법칙(associativity)

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$
$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$

예 키가 큰 남자 OR (키가 작은 남자 OR 키가 보통인 남자) = (키가 큰 남자 OR 키가 작은 남자) OR 키가 보통인 남자

키가 큰 남자 AND (키가 작은 남자 AND 키가 보통인 남자) = (키가 큰 남자 AND 키가 작은 남자) AND 키가 보통인 남자

  - 분배법칙(distributivity)

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$
$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

예 키가 큰 남자 OR(키가 작은 남자 AND 키가 보통인 남자) = (키가 큰 남자 OR 키가 작은 남자) AND (키가 큰 남자 OR 키가 보통인 남자)

키가 큰 남자 AND (키가 작은 남자 OR 키가 보통인 남자) = (키가 큰 남자 AND 키가 작은 남자) OR (키가 큰 남자 AND 키가 보통인 남자)

❖ 퍼지 집합 연산

- 퍼지 집합에서 성립하는 법칙
  - 멱등법칙(idempotency)

$$A \cup A = A$$
$$A \cap A = A$$

예 키가 큰 남자 OR 키가 큰 남자 = 키가 큰 남자

키가 큰 남자 AND 키가 큰 남자 = 키가 큰 남자

  - 항등식(identity)

$$A \cup \emptyset = A$$
$$A \cap X = A$$
$$A \cap \emptyset = \emptyset$$
$$A \cup X = X$$

예 키가 큰 남자 OR 정의되지 않음 = 키가 큰 남자

키가 큰 남자 AND 모름 = 키가 큰 남자

키가 큰 남자 AND 정의되지 않음 = 정의되지 않음

키가 큰 남자 OR 모름 = 모름

  - 여기서 정의되지 않음은 공집합(empty set, null set), 즉 모든 소속도가 0인 집합이고, X는 모든 소속도가1인 전체 집합(우리가 흔히 U로 배운 것)이다.

❖ 퍼지 집합 연산

- **퍼지 집합에서 성립하는 법칙**
  - **대합**(involution)

$$\neg(\neg A) = A$$

예 NOT(NOT 키가 큰 남자) = 키가 큰 남자

  - **이행성**(transitivity)

$(A \subset B) \cap (B \subset C)$이면 $A \subset C$

모든 집합은 부분 집합의 부분 집합 역시 부분 집합으로 포함한다.

예 IF (몹시 키가 큰 남자 ⊂ 매우 키가 큰 남자) AND (매우 키가 큰 남자 ⊂ 키가 큰 남자)

THEN (몹시 키가 큰 남자 ⊂ 키가 큰 남자)

  - **드모르간 법칙**(de Morgan's laws)

$$\neg(A \cap B) = \neg A \cup \neg B$$
$$\neg(A \cup B) = \neg A \cap \neg B$$

예 NOT(키가 큰 남자 AND 키가 작은 남자) = NOT 키가 큰 남자 OR NOT 키가 작은 남자

NOT(키가 큰 남자 OR 키가 작은 남자) = NOT 키가 큰 남자 AND NOT 키가 작은 남자

❖ 퍼지 집합 연산

- 퍼지 집합 연산과 앞에서 설명한 특성 그리고 헤지를 사용하면 기존 집합에서 다양한 퍼지 집합을 쉽게 얻을 수 있다.
  - 키가 큰 남자의 퍼지집합A와 키가 작은 남자의퍼지집합 B가 있으면 매우 크지도 않고, 매우 작지도 않은 남자의 퍼지 집합 C 나 매우매우 크지도 않고, 매우 매우 작지도 않은 남자의 퍼지 집합D까지도 다음 연산에서 이끌어낼 수 있다.

$$\mu_C(x) = [1 - \mu_A(x)^2] \cap [1 - \mu_B(x)^2]$$

$$\mu_D(x) = [1 - \mu_A(x)^4] \cap [1 - \mu_B(x)^4]$$

  - 일반적으로 퍼지 연산과 헤지를 적용하여 자연어의 언어적 설명을 표현할 수 있는 퍼지 집합을 얻는다.

❖ 퍼지 규칙

- 1973년에 자데는 자신의 두 번째 영향력 있는 논문을 발표했다.
- 이 논문은 컴퓨터 시스템을 분석하는 새로운 접근법의 개요를 약술하였다.
- 여기서 자데는 인간의 지식을 퍼지 규칙으로 포착할 것을 제안했다.

- 퍼지 규칙이란 무엇일까
  - 퍼지 규칙은 다음과 같은 형태로 된 조건문으로 정의할 수 있다.

$$\begin{array}{ll} \text{IF} & x\text{가 } A \\ \text{THEN} & y\text{는 } B \end{array}$$

  - 여기서x와 y는 언어변수고, A와 B는 각각 논의 영역 X와 Y의 퍼지 집합에서 결정된 언어값이다.

❖ 고전적인 규칙과 퍼지 규칙의 차이점

- 정지거리 규칙 : 고전적인 IF-THEN 규칙(이진 논리)

규칙 1

IF 속도 > 100

THEN 정지거리는 길다

규칙 2

IF 속도 < 40

THEN 정지거리는 짧다

  - 변수 속도는 0~220km/h 사이에 있는 값이 된다.
  - 언어 변수 정지거리는 '길다' 혹은 '짧다' 두 가지 값 중 하나만 취할 수 있다.
  - 고전적인 규칙은 불 논리의 흑백이 뚜렷한 언어로 표현한다.

05_퍼지 규칙

❖ 고전적인 규칙과 퍼지 규칙의 차이점

- 정지거리 규칙 : 퍼지 형식

규칙 1

IF	속도가 빠르다
THEN	정지거리는 길다

규칙 2

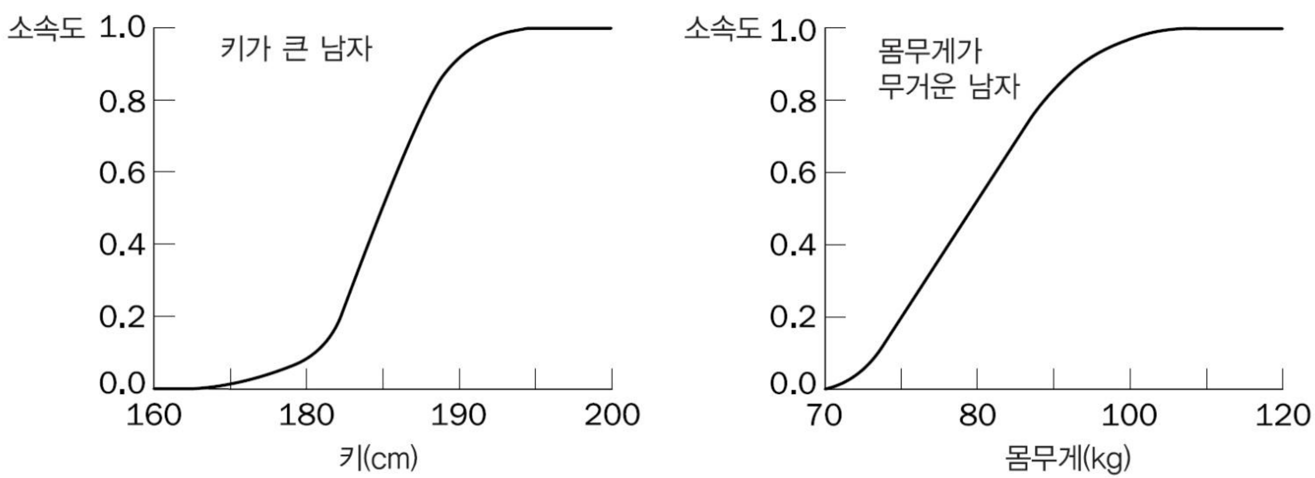
IF	속도가 느리다
THEN	정지거리는 짧다

- 언어 변수 속도는 0~220km/h 범위(논의 영역)에 있다.
- 그러나 이 범위는 '느리다', '보통이다', '빠르다' 같은 퍼지 집합을 포함한다.
- 언어 변수 정지거리의 논의 영역은 0~300m 사이에 있을 수 있고, '짧다', '보통이다', '길다' 같은 퍼지 집합을 포함할 수 있다.
- 따라서 퍼지 규칙은 퍼지 집합과 연관되어 있다.
- 퍼지 전문가 시스템은 규칙들을 합치고 규칙 중 최소한 90%를 제거한다.

❖ 퍼지 규칙의 추론 방법

- 퍼지 추론(fuzzy reasoning)에는 두 단계가 있다.
  - 규칙의 전건(precondition, 규칙의 IF 부분)을 평가하는 단계
  - 후건(postcondition, 규칙의THEN 부분)에 결과를 함축, 즉 적용하는 단계

- 퍼지 시스템에서는 전건이 퍼지 구문이면 모든 규칙이 어느 정도 수행됨.
  - 고전적인 규칙 기반 시스템에서는 규칙의 전건이 참이면 후건 역시 참이었다.
  - 전건이 특정 정도의 소속도로 참이라면 후건 역시 같은 정도로 참이다.
  - [그림4-8]의 두 퍼지집합 '키가 큰 남자'와 '몸무게가 무거운 남자'를 생각해보자.



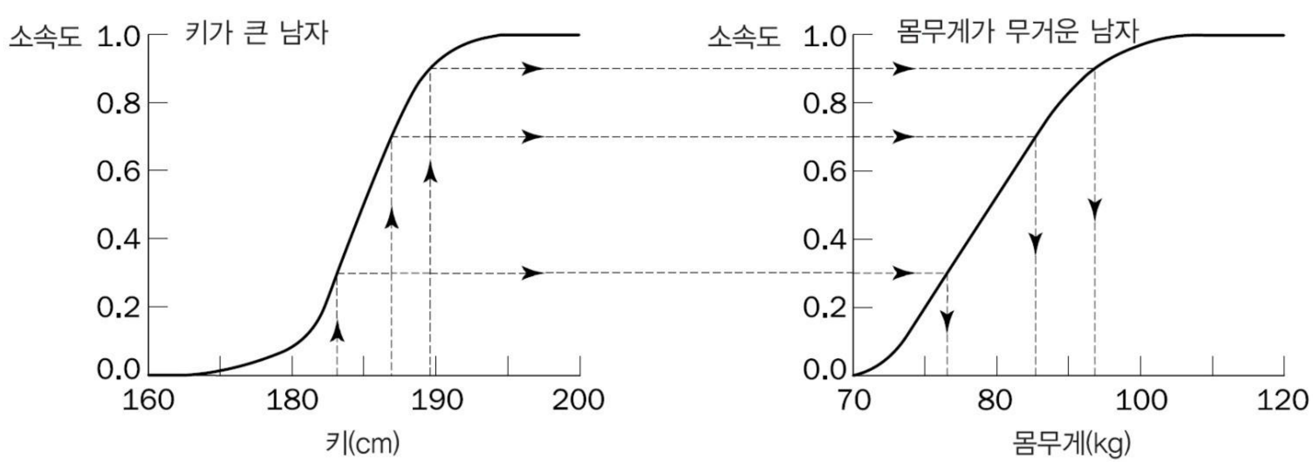
[그림 4-8] 키가 큰 남자와 몸무게가 무거운 남자의 퍼지 집합

❖ 퍼지 규칙의 추론 방법

- 퍼지 집합들은 가중치 추정 모델의 기반을 제공함.
  - 이 모델은 사람의 키와 몸무게의 관계에 바탕을 두며, 이는 퍼지 규칙 하나로 나타낼 수 있다.

IF 키가 크다
THEN 몸무게가 무겁다

- 규칙 후건의 출력 값이나 소속도는 전건의 소속도에서 직접 추정할 수 있음.
- 퍼지 추론 형식은 단조 선택이라는 방법을 이용함.
  - [그림 4-9]에서는 남자의 키를 나타낸 다양한 값으로 다양한 몸무게를 유도하는 과정을 보여준다.



[그림 4-9] 남자의 몸무게 값에 대한 단조 선택

❖ 퍼지 규칙에는 전건에 여러 항목이 있을 수 있을까

- 생성 규칙으로서 퍼지 규칙의 전건은 여러 개일 수 있음.

IF	프로젝트 지속기간이 길다
AND	프로젝트 인력이 많다
AND	프로젝트 자금이 부족하다
THEN	위험도가 높다

IF	서비스가 훌륭하다
OR	음식이 맛있다
THEN	팁이 후하다

- 전건의 모든 부분은 동시에 계산되고 숫자 하나로 결정된다.
- 여기에서는 앞 절에서 설명한 퍼지 집합 연산을 사용한다.

05_퍼지 규칙

❖ 퍼지 규칙에는 후건에 여러 항목이 있을 수 있을까

- 퍼지 규칙의 후건 역시 여러 개일 수 있음.
  - 다음 예를 보자. 이 경우에는 후건의 모든 부분이 전건에 의해 똑같이 영향을 받는다.

IF 기온이 높다
THEN 뜨거운 물은 줄어든다
시원한 물은 늘어난다

- 일반적으로 퍼지 전문가 시스템은 하나가 아니라 여러 규칙을 통합함.
  - 이 규칙들은 전문 지식을 기술하고 서로 영향을 준다.
  - 각 규칙의 출력은 퍼지 집합이다.
  - 그러나 일반적으로 전문가 시스템의 출력을 나타내는 숫자 하나를 필요로 한다.
  - 다시 말해서, 모호한 것이 아니라 정확한 해답을 얻길 원한다.

❖ 출력으로 나온 퍼지 집합을 어떻게 결합하여 숫자 하나로 변환할까

- 퍼지 전문가 시스템은 출력값에서 분명한 해 하나를 얻기 위해 모든 출력 퍼지 집합을 단일 출력퍼지 집합으로 통합한다.
- 그리고 결과 퍼지 집합을 숫자 하나로 역퍼지화한다.

06_퍼지 추론

❖ 퍼지추론

- 퍼지 전문가 시스템은 출력값에서 분명한 해 하나를 얻기 위해 모든 출력 퍼지 집합을 단일 출력퍼지 집합으로 통합하는 방법.
- 퍼지 추론 방법
  - 맘다니형 추론
  - 스게노형 추론

❖ 맘다니형 추론 (Mamdani method)

- 가장 흔히 쓰이는 퍼지 추론 기법.
- 1975년에 런던 대학교 교수 맘다니(Ebrahim Mamdani)는 보일러가 결합된 증기 기관을 제어하기 위해 최초의 퍼지 시스템을 만듬.
  - 여기에는 경험 있는 기술자가 제공한 퍼지규칙을 적용했다.
- 맘다니형 퍼지 추론(Mamdani-style fuzzy inference) 과정은 네 단계로 진행됨.
  - 1단계 : 입력 변수의 퍼지화
  - 2단계 : 규칙 평가
  - 3단계 : 출력으로 나온 규칙의 통합
  - 4단계 : 역퍼지화

❖ 맘다니형 추론 (Mamdani method)

- 맘다니형 추론 예
  - 입력 2개, 출력 1개, 규칙 3개로 된 문제

규칙 1		규칙 1	
IF	x가 $A3$	IF	프로젝트 자금이 충분하다
OR	y가 $B1$	OR	프로젝트 인력이 적다
THEN	z는 $C1$	THEN	위험도가 낮다

규칙 2		규칙 2	
IF	x가 $A2$	IF	프로젝트 자금이 한계 수익점에 있다
AND	y가 $B2$	AND	프로젝트 인력이 많다
THEN	z는 $C2$	THEN	위험도가 중간이다

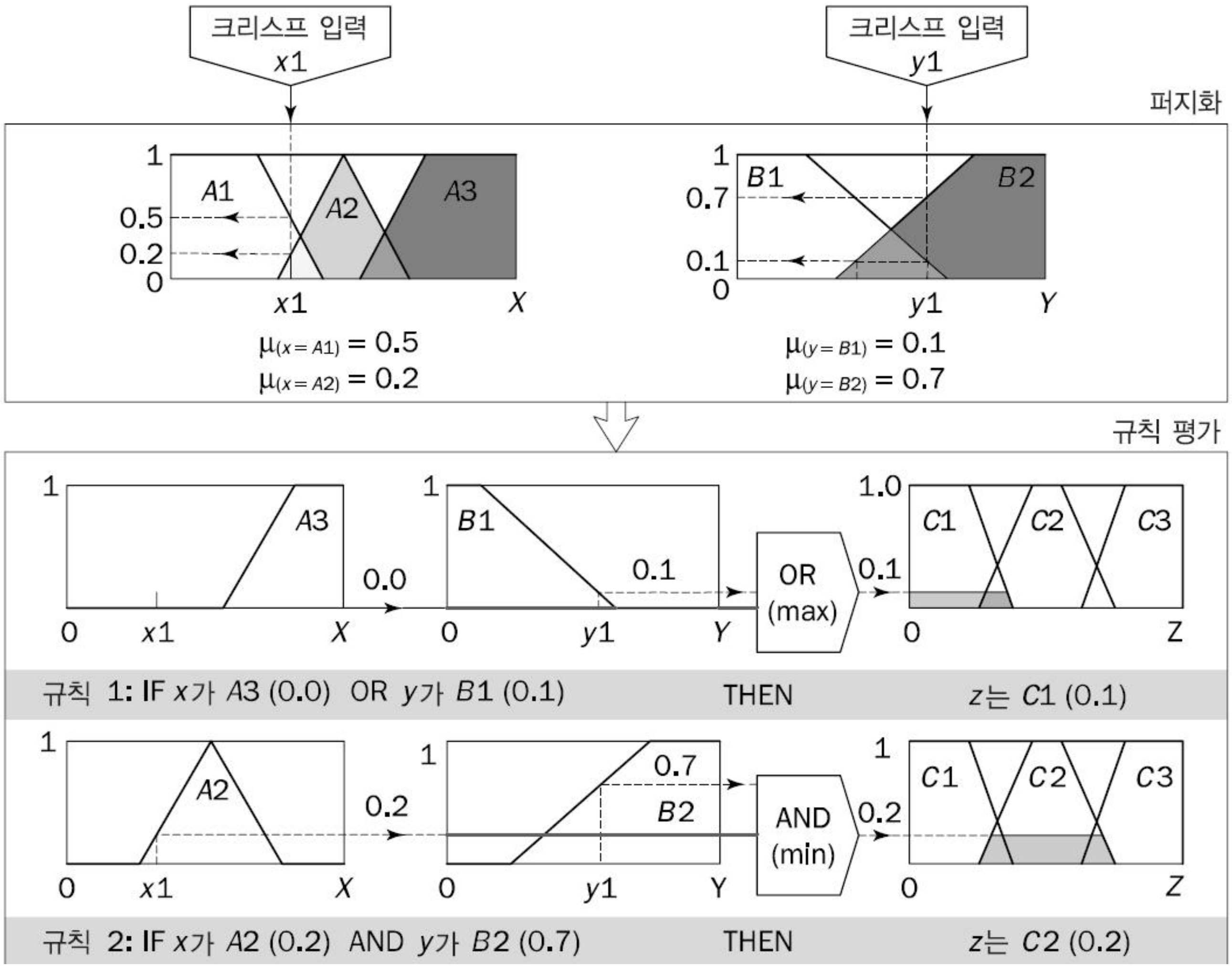
규칙 3		규칙 3	
IF	x가 $A1$	IF	프로젝트_자금이 부족하다
THEN	z는 $C3$	THEN	위험도가 높다

❖ 맘다니형 추론 (Mamdani method)

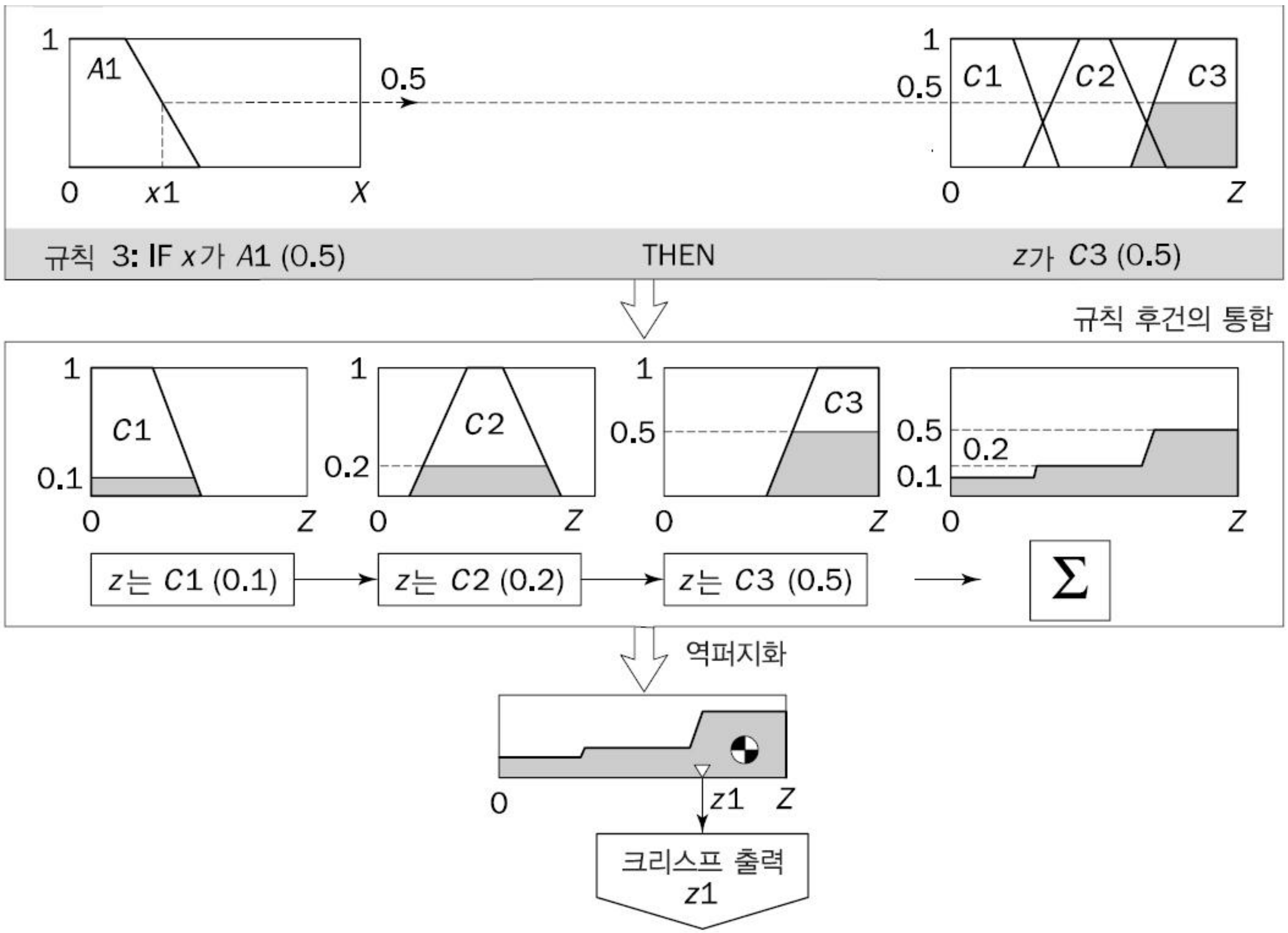
- 규칙 설명
  - x, y, z(프로젝트 자금, 프로젝트 인력, 위험도)는 언어 변수.
  - A1, A2, A3(부족하다, 한계 수익점에 있다, 충분하다)는 논의 영역 x(프로젝트 자금)상의 퍼지 집합에서 정해지는 언어 값.
  - B1과 B2 (적다, 많다)는 논의 영역 Y(프로젝트 인력)상의 퍼지 집합에서 정해지는 언어 값.
  - C1, C2, C3(낮다,중간이다, 높다)는 논의 영역 z(위험도)상의 퍼지 집합에서 정해지는 언어 값.

❖ 맘다니형 추론 (Mamdani method)

▪ **맘다니형 퍼지 추론의 기본 구조**



❖ 맘다니형 추론 (Mamdani method)



[그림 4-10] 맘다니형 퍼지 추론의 기본 구조

❖ 맘다니형 추론 (Mamdani method)

- 1단계: 퍼지화
  - 첫 단계인 퍼지화(fuzzification)에서는 크리스프 입력 x1과 y1(프로젝트 자금과 프로젝트 인력)을 받고, 이를 적합한 퍼지 집합 각각에 어느 정도로 속할지를 결정한다.

크리스프 입력

- 크리스프 입력은 언제나 논의 영역으로 한정된 수치값 이다.
- 이 예에서 x1과 y1의 값은 각각 논의 영역 X와 Y로 한정된다.
- 논의 영역의 범위는 전문가의 판단에 따라 결정된다.
- 이를테면, '퍼지' 프로젝트를 개발하는 데 수반하는 위험을 조사해야 한다면 전문가에게 프로젝트 자금과 프로젝트 인력을 각각 0~100% 사이 값으로 제시하라고 요청할 수 있다.
- 다시 말해서 전문가에게 어느 정도의 프로젝트 자금과 프로젝트 인력이 실제로 적절한지 답하도록 요청한다.
- 크리스프 입력 x1과 y1를 얻으면 적절한 언어 퍼지 집합에 대해 퍼지화한다.
- 크리스프 입력 x1(전문가가35%로 평가한 프로젝트 자금)은 소속 함수 *A1*과 *A2* (부족하다와 한계 수익점에 있다)에 각각 0.5와 0.2만큼 대응한다.
- 그리고 크리스프 입력 y1(전문가가60%로 평가한 프로젝트 자금)은 소속 함수 B1과 B2(적다와 많다)에 각각 0.1과 0.7만큼 대응한다.
- 각 입력을 퍼지 규칙이 사용하는 모든 소속 함수를 퍼지화한다.

❖ 맘다니형 추론 (Mamdani method)

- 2단계: 규칙 평가(rule evaluation)
  - 규칙 평가 단계에서는 퍼지 입력 μ(x=A1) = 0.5, μ(x=A2) = 0.2, μ(x=B1) = 0.1,μ(x=B2) = 0.7을 받아 퍼지 규칙의 전건에 적용한다.
  - 주어진 퍼지 규칙에 전건이 여러 개 있다면 퍼지 연산자(AND나OR)를 사용하여 전건의 평가 결과를 나타내는 숫자 하나를 얻는다. 그리고 이 숫자(진리값)를 후건의 소속 함수에 적용한다.
  - 규칙 전건의 논리합을 평가하려면 OR 퍼지 연산을 사용한다. 일반적으로 퍼지 전문가 시스템 은 고전적인 퍼지 연산인 합집합을 사용한다. 이를 [그림4-10]의 규칙 1에서 보여준다.

$$\mu_{A \cup B}(x) = max\left[\mu_A(x), \mu_B(x)\right]$$

  - 그러나 OR 연산은 필요하면 동작을 쉽게 바꿀 수 있다. 이를테면, MATLAB Fuzzy Logic Toolbox는 두 가지 내장 OR 함수를 제공한다.
  - max와 확률적 OR인 probor다.

❖ 맘다니형 추론 (Mamdani method)

- 2단계: 규칙 평가
  - 확률적OR은 대수합(algebraic sum)이라고도 하며 다음과 같이 계산된다.

$$\mu_{A\cup B}(x) = probor\,[\mu_A(x), \mu_B(x)] = \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \times \mu_B(x) \qquad (4.15)$$

  - 비슷하게 규칙 전건의 논리곱을 평가하려면 AND 퍼지 연산인 교집합을 사용한다.
  - 이 역시 [그림4-10]의 규칙2에서 보여준다.

$$\mu_{A\cap B}(x) = min\,[\mu_A(x), \mu_B(x)]$$

  - Fuzzy Logic Toolbox 역시 두 가지 AND 함수를 지원한다.
  - min과 곱(product)인 prod다. 곱은 다음과 같이 계산된다.

$$\mu_{A\cap B}(x) = prod\,[\mu_A(x), \mu_B(x)] = \mu_A(x) \times \mu_B(x) \qquad (4.16)$$

- 2단계: 규칙 평가 - 서로 다른 퍼지 연산 함수는 다른 결과를 낼까
  - 퍼지 연구자들은 AND와 OR 퍼지 연산을 수행하는 여러 가지 방법을 제안하고 적용했다.
  - 물론 각기 다른 방법은 서로 다른 결과를 낼 수 있다.
  - 퍼지 패키지 대부분은 사용자가AND와OR 퍼지 연산의 동작을 바꿀 수 있게 한다.
  - 규칙을 다시 살펴보자.

규칙 1

IF x가 $A3$ (0.0)

OR y가 $B1$ (0.1)

THEN z는 $C1$ (0.1)

$$\mu_{C1}(z) = probor\,[\mu_{A3}(x), \mu_{B1}(y)] = 0.0 + 0.1 - 0.0 \times 0.1 = 0.1$$

또는

$$\mu_{C1}(z) = max\,[\mu_{A3}(x), \mu_{B1}(y)] = max\,[0.0, 0.1] = 0.1$$

- 2단계: 규칙 평가 - 서로 다른 퍼지 연산 함수는 다른 결과를 낼까

규칙 2

IF x가 $A2$ (0.2)

AND y가 $B2$ (0.7)

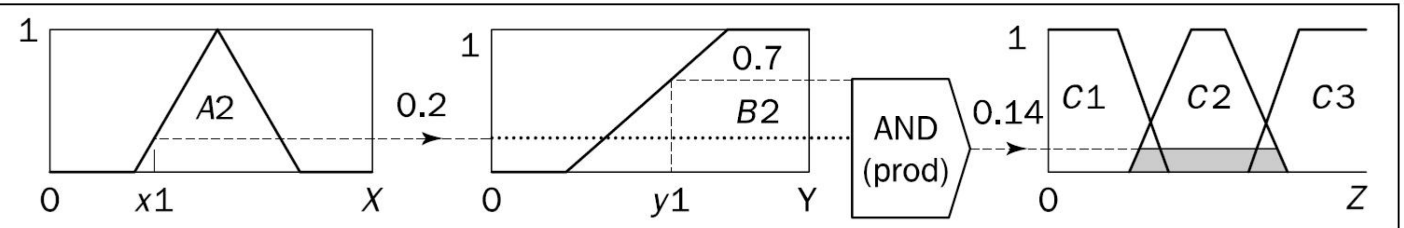
THEN z는 $C2$ (0.2)

$$\mu_{C2}(z) = min\,[\mu_{A2}(x), \mu_{B2}(y)] = min\,[0.2, 0.7] = 0.2$$

또는

$$\mu_{C2}(z) = prod\,[\mu_{A2}(x), \mu_{B2}(y)] = 0.2 \times 0.7 = 0.14$$

- **이제 전건의 평가 결과를 후건의 소속 함수에 적용할 수 있다.**
- **후건의 소속 함수는 규칙 전건의 진리값 수준으로 클리핑(clipping) 되거나 스케일링(scaling)된다.**

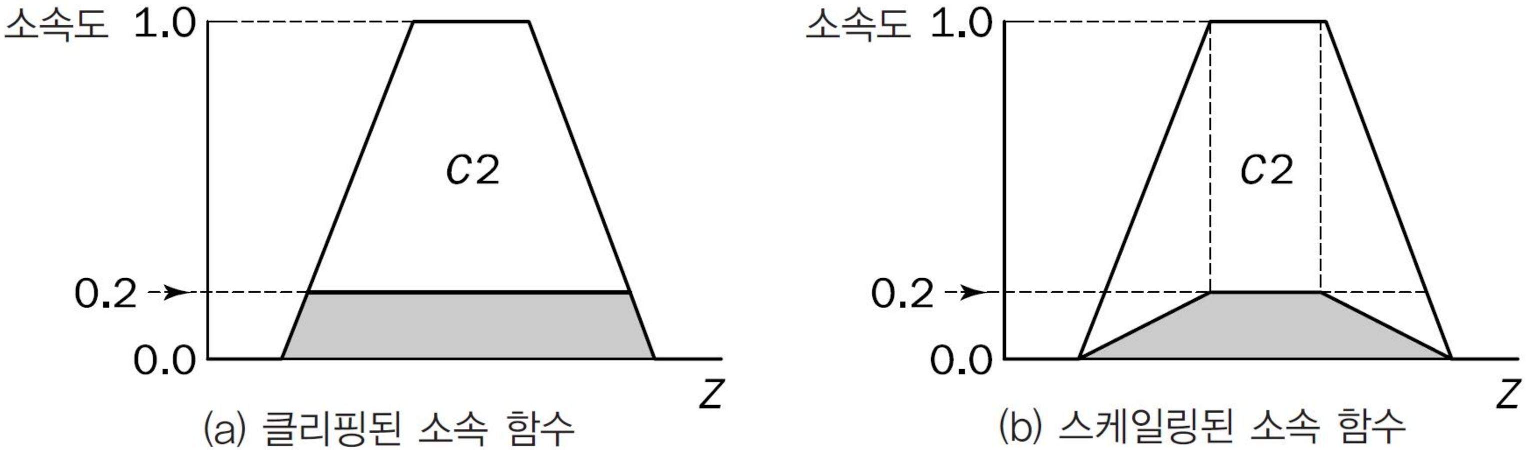


규칙 2: IF x가 A2 (0.2) AND y가 B2 (0.7) THEN z는 C2 (0.14)

06_퍼지 추론

- 2단계: 규칙 평가 - '클리핑되거나 스케일링된다'는 말은 무슨 뜻일까
  - 규칙 후건과 규칙 전건의 진리값을 연관지을 때 가장 흔히 쓰이는 방법은 단순히 후건의 소속 함수를 전건의 진리값 수준에서 자르는 것이다.
  - 이 방법을 클리핑 또는 상관 최소값이라 한다.
  - 소속 함수의 상단이 잘리기 때문에 클리핑된 퍼지 집합은 정보를 어느 정도 잃는다.
  - 그러나 클리핑은 덜 복잡하고 계산이 빠르며 역퍼지화하기 쉬운 출력층을 만들기 때문에 자주 쓰인다.
  - 클리핑을 더 많이 사용하지만, 스케일링, 즉 상관 곱이 퍼지 집합의 원형을 더 잘 보존한다.
  - 규칙 후건에 대한 원래의 소속 함수는 모든 소속도에 규칙 전건의 진리값 을 곱함으로써 조정된다.
  - 이 방법은 일반적으로 정보 손실이 더 적어 퍼지 전문가 시스템에서 매우 유용하게 사용한다.
  - [그림4-12]는 소속 함수에 클리핑과 스케일링을 적용한 것이다.

- 2단계: 규칙 평가 - '클리핑되거나 스케일링된다'는 말은 무슨 뜻일까
  - [그림 4-12] 클리핑된 소속 함수와 스케일링된 함수



[그림 4-12] 클리핑된 소속 함수와 스케일링된 소속 함수

❖ 맘다니형 추론 (Mamdani method)

- 3단계: 출력으로 나온 규칙을 통합
  - 통합은 모든 규칙의 출력을 단일화하는 과정이다.
  - 다시 말해서, 앞 단계에서 클리핑되거나 스케일링된 모든 규칙 후건의 소속 함수를 퍼지 집합 하나로 결합한다.
  - 따라서 통합 과정의 입력은 클리핑되거나 스케일링된 후건 소속 함수의 목록이고, 출력은 출력 변수 각각에 대한 단일 퍼지 집합이다.
  - [그림 4-10]은 규칙 각각의 출력이 어떻게 모든 퍼지 출력에 대한 단일 퍼지 집합으로 통합되는지를 보여준다.

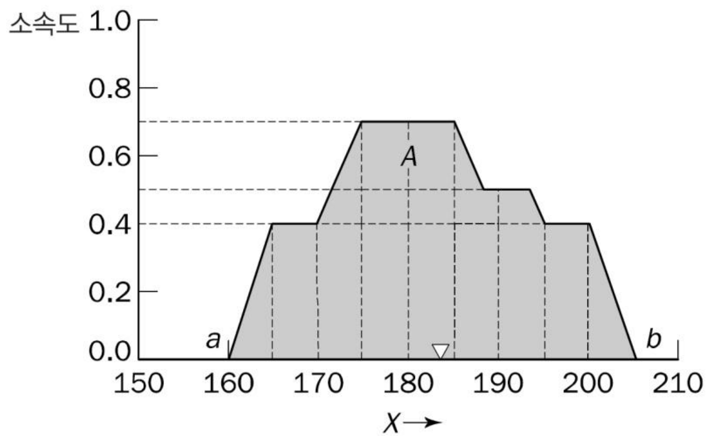
❖ 맘다니형 추론 (Mamdani method)

- 4단계: 역퍼지화
  - 퍼지 추론 과정의 마지막 단계는 역퍼지화(defuzzification)다.
  - 퍼지성은 규칙을 평가하는 데 도움이 되지만, 퍼지 시스템의 최종 출력은 분명한 숫자여야 한다.
  - 역퍼지화 과정에서 입력은 통합된 출력 퍼지 집합이고, 출력은 숫자 하나다.

- **통합된 퍼지 집합을 어떻게 역퍼지화할까**
  - 역퍼지화 방법은 여러 가지가 있다(Cox, 1999). 그러나 무게 중심법(centroid technique)을 가장 많이 사용한다.
  - 이 방법은 수직선이 통합된 집합을 무게가 같은 두 부분으로 가르는 지점을 찾는다.
  - 수학적으로 무게 중심(COG, Centre Of Gravity)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathrm{COG} = \frac{\displaystyle\int_a^b \mu_A(x)x\,dx}{\displaystyle\int_a^b \mu_A(x)\,dx} \tag{4.17}$$

- 4단계: 역퍼지화
  - [그림 4-13]에서 보듯 무게 중심법은 퍼지 집합의 무게 중심을 나타내는 점 *A*를 구간 [a, b]에서 찾아낸다.



[그림 4-13] 역퍼지화 방법 중 하나인 무게 중심법

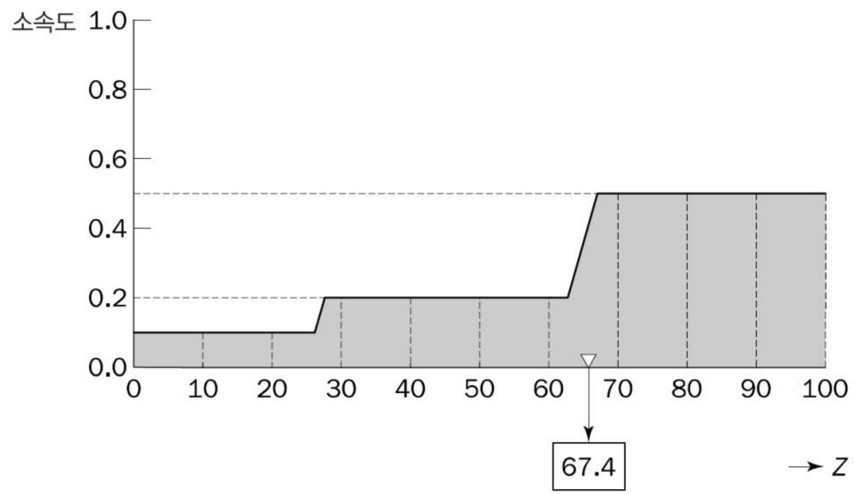
  - 이론적으로 무게 중심은 통합된 출력 소속 함수에 있는 점들의 연속체에 대해 계산된다.
  - 그러나 실제로는 [그림 4-13]에서 보듯 점들의 표본을 추출하여 계산함으로써 합리적인 추정치를얻는다.

- 4단계: 역퍼지화
  - 이 경우에는 (4.18)을 적용한다.

$$\mathrm{COG} = \frac{\sum_{x=a}^{b} \mu_A(x)x}{\sum_{x=a}^{b} \mu_A(x)} \tag{4.18}$$

  - 이제 우리 문제에서 무게 중심을 구해보자. [그림4-14]에서 결과를 확인해보자.

$$\begin{aligned}\mathrm{COG} &= \frac{(0+10+20)\times 0.1+(30+40+50+60)\times 0.2+(70+80+90+100)\times 0.5}{0.1+0.1+0.1+0.2+0.2+0.2+0.2+0.5+0.5+0.5+0.5} \\ &= 67.4\end{aligned}$$



[그림 4-14] 해 변수 퍼지 집합의 역퍼지화

06_퍼지 추론

❖ 스게노형 추론

- 이 방법은 일본의 자데라고 불리는 스게노 미치오가 1985년에 도입했음.
- 스게노형 퍼지 추론은 맘다니 방법과 매우 비슷함.
  - 스게노는 규칙 후건만 바뀌었을 뿐이다. 퍼지 집합 대신 스게노는 입력 변수에 대한 수학 함수를 사용했다
  - 규칙 후건에 대한 소속 함수로서, 막대 하나로 된 단일체를 쓸 수 있다.
  - 단일체, 더 정확히 말하면, 퍼지 단일체는 소속 함수가 논의 영역 위의 특정 점에서는 1이고, 다른 모든 점에서는 0인 퍼지 집합이다.

- 스게노형 퍼지 규칙의 형식은 다음과 같다.
  - 여기서 x, y, z는 언어 변수고, A와 B는 각각 논의 영역을X와 Y로 하는 퍼지 집합이다.
  - 그리고 f(x, y)는 수학 함수다.

$$
\begin{array}{ll}
\text{IF} & x\text{가 } A \\
\text{AND} & y\text{가 } B \\
\text{THEN} & z\text{는 } f(x, y)
\end{array}
$$

❖ 스게노형 추론

- 퍼지 추론 시간을 줄일 수 있을까
  - 가장 흔히 쓰이는 0차 스게노 퍼지 모델은 퍼지 규칙을 다음과 같은 형태로 적용한다.
  - 여기서 k는 상수다.

$$\begin{array}{ll} \text{IF} & x\text{가 } A \\ \text{AND} & y\text{가 } B \\ \text{THEN} & z\text{는 } k \end{array}$$

  - 이 경우 각 퍼지 규칙의 출력은 상수다.
  - 다시 말해서, 모든 후건 소속 함수를 단일체로 표현한다.
  - [그림 4-15]는 0차 스게노 모델의 퍼지 추론 과정을 보인다.
  - [그림 4-15]와 [그림 4-10]을 비교해보자.
  - 스게노와 맘다니 방법의 유사성은 매우 주목할 만하다.
  - 차이점은 규칙 후건이 스게노 방법에서는 단일체라는 점뿐이다.

❖ 스게노형 추론

- 결과(크리스프 출력)를 얻는 방법
  - [그림 4-15]에서 볼 수 있듯 통합 연산은 단순하게 모든 단일체를 포함한다.
  - 단일체의 가중평균(WA, Weighted Average).

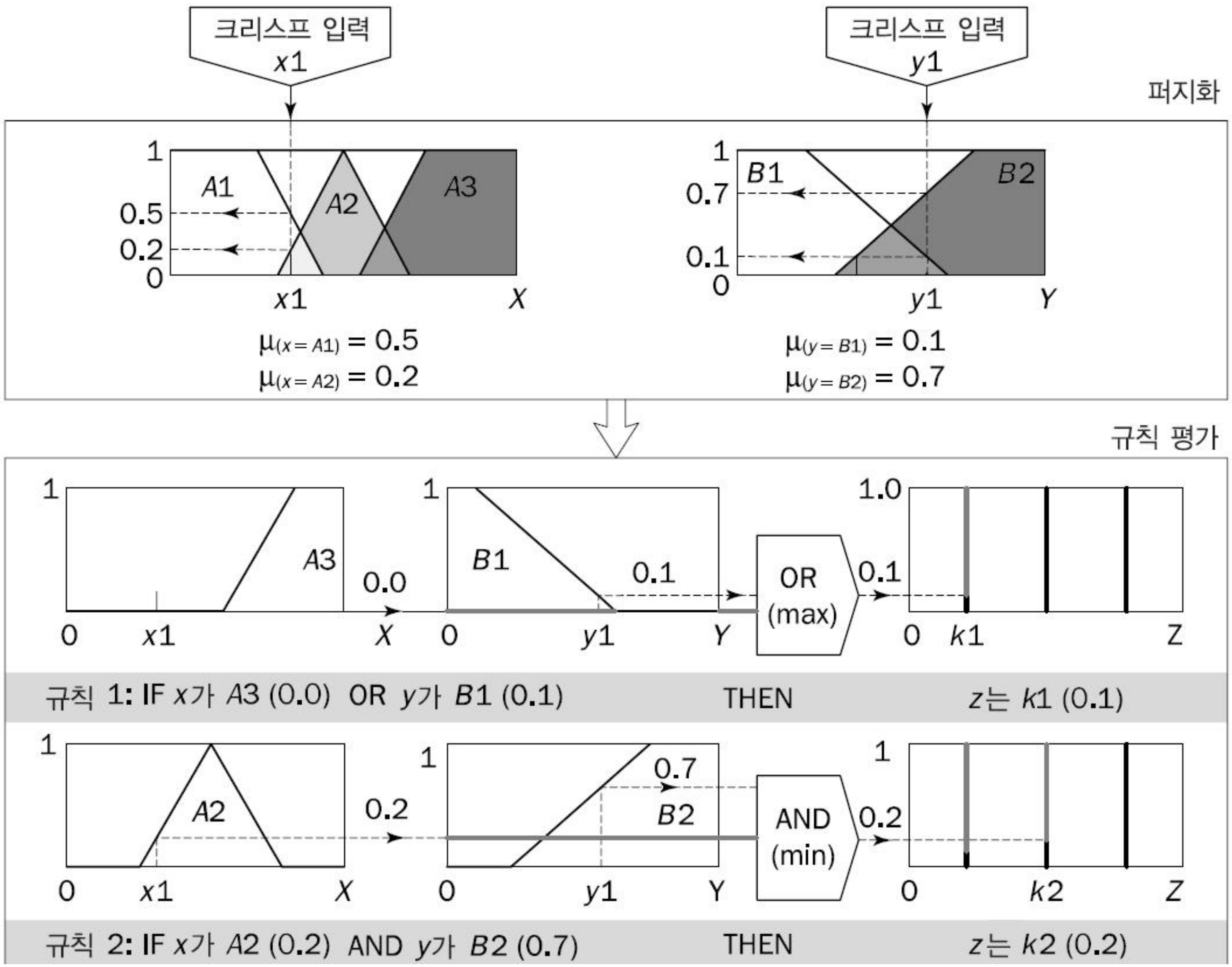
$$\mathrm{WA} = \frac{\mu(k1) \times k1 + \mu(k2) \times k2 + \mu(k3) \times k3}{\mu(k1) + \mu(k2) + \mu(k3)} = \frac{0.1 \times 20 + 0.2 \times 50 + 0.5 \times 80}{0.1 + 0.2 + 0.5} = 65$$

  - 따라서 0차 스게노 시스템은 우리가 풀려는 문제의 조건을 충분히 만족시킬 것이다.
  - 다행히 단일체 출력 함수는 주어진 문제의 요구 조건을 만족시키는 경우가 많다.

- 맘다니와 스게노, 어느 방법을 적용할지 어떻게 결정할까
  - 맘다니 방법은 전문가의 지식을 얻는 데 많이 쓰인다.
  - 이 방법을 사용하면 전문 지식을 더욱 직관적이고 인간의 방식으로 설명할 수 있다.
  - 그러나 맘다니형 퍼지 추론은 계산 비용이 많이 든다.
  - 반면에 스게노 방법은 계산을 효율적으로 할 수 있고, 최적화나 적응형 기법과 함께 잘 작동한다.
  - 따라서 스게노 방법은 제어 문제, 특히 동적 비선형 시스템에서 매우 매력적이다.

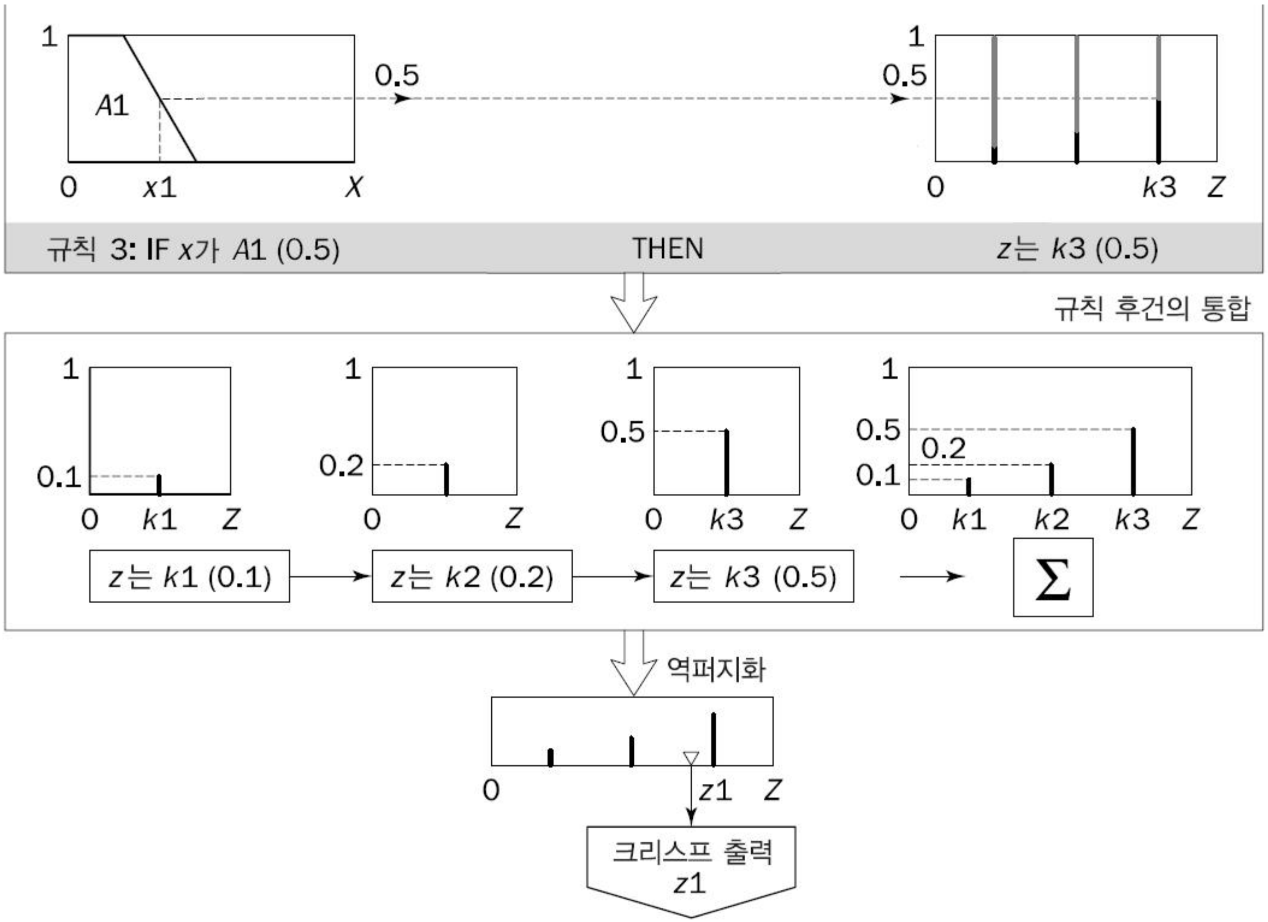
❖ 스게노형 추론

▪ 스게노형 퍼지 추론의 기본 구조



❖ 스게노형 추론

▪ 스게노형 퍼지 추론의 기본 구조



[그림 4-15] 스게노형 퍼지 추론의 기본 구조

❖ 퍼지 전문가 시스템 구축

- 퍼지 전문가 시스템 설계를 설명할 예제로, 교체 부품 서비스 센터의 운영 문제를 생각해 보자(Turksen 외, 1992).
  - 서비스 센터는 예비 부품을 보관하고 있다가 고장 난 부품을 수리한다.
  - 고객은 고장 난 부품을 가져 오고 같은 종류의 예비 부품을 받아간다.
  - 고장 난 부품을 수리하고 나면 그것이 예비 부품이 된다.
  - 교체 요청이 들어왔을 때 예비 부품이 있다면 고객은 그것을 받아 서비스 센터를 떠난다.
  - 그러나 예비 부품이 없으면 고객은 필요한 부품이 들어올 때까지 기다려야 한다.
  - 이 문제의 목적은 고객을 만족시킬 결정 전략을 서비스 센터 운영자에게 조언하는 것이다.

- 퍼지 전문가 시스템을 개발하는 전형적인 절차는 다음 단계와 같음.
  - 1. 문제를 명확히 하고 언어 변수를 정의한다.
  - 2. 퍼지 집합을 결정한다.
  - 3. 퍼지 규칙을 구성하고 도출한다.
  - 4. 퍼지 집합, 퍼지 규칙, 퍼지 추론을 수행하는 절차를 퍼지 시스템에 부호화해 넣는다.
  - 5. 시스템을 평가하고 조정한다.

❖ 퍼지 전문가 시스템 구축

- 1단계: 문제를 명확히 하고 언어 변수를 정의
  - 전문가 시스템을 구축하는 첫 단계이자 가장 중요한 단계는 문제를 명확히 하는 단계다.
  - 문제의 입출력 변수와 그 범위를 결정한다.
  - 문제에는 핵심 언어 변수가 4개 있다. 평균 대기 시간(평균 지연 시간) m, 서비스 센터의 수리 가동률 ρ, 직원수 s, 예비 부품의 초기 개수 n이다.
  - 고객의 평균 대기 시간 m은 서비스 센터의 성과를 평가하는 가장 중요한 기준이다.
  - 실제 서비스 평균 지연 시간은 고객이 받아들일 수 있는 한계를 넘으면 안 된다.
  - 서비스 센터의 수리 가동률 ρ는 고객이 방문하는 정도 λ와 고객이 떠나는 정도 μ의 비율이다.
  - λ와 μ의 크기는 각각 부품의 고장률(단위 시간당 고장 횟수)과 수리율(단위 시간당 수리 횟수)을 가리킨다.
  - 수리율은 분명히 직원 수 s에 비례한다.
  - 서비스 센터의 생산성을 높이려면 운영자는 수리 가동률을 최대한 높여야 한다.
  - 직원 수 s와 예비 부품 초기 개수 n은 고객의 평균 대기 시간에 직접 영향을 미친다.
  - 따라서 서비스 센터의 성과에 많은 영향을 준다.
  - s와 n을 늘림으로써 평균 대기 시간을 낮출 수 있다.
  - 그러나 이와 함께 새 직원을 고용하는 비용과 예비 부품을 준비해 두는 비용과 서비스 센터의 재고 허용량을 늘리는 비용이 늘어난다.

❖ 퍼지 전문가 시스템 구축

- 2단계: 퍼지 집합을 결정
  - 퍼지 집합은 다양한 형태를 띤다.
  - 그러나 삼각형이나 사다리꼴은 전문 지식을 나타내기에 적절하고 계산 과정이 간편하다.
  - [그림4-16]~[그림4-19]는 이 문제에서 사용하는 모든 언어 변수에 대한 퍼지 집합을 보여준다.
  - 여기에서 핵심은 퍼지 시스템이 원활하게 응답하도록 인접한 퍼지 집합끼리는 충분히 겹치게 한다는 점이다.

[표 4-3] 언어 변수와 그 범위

언어 변수: 평균 지연 시간(m)		
언어값	표기	정규화된 수치 범위
매우 짧다	VS	[0, 0.3]
짧다	S	[0.1, 0.5]
중간이다	M	[0.4, 0.7]
언어 변수: 직원 수(s)		
언어값	표기	정규화된 수치 범위
적다	S	[0, 0.35]
중간이다	M	[0.30, 0.70]
많다	L	[0.60, 1]

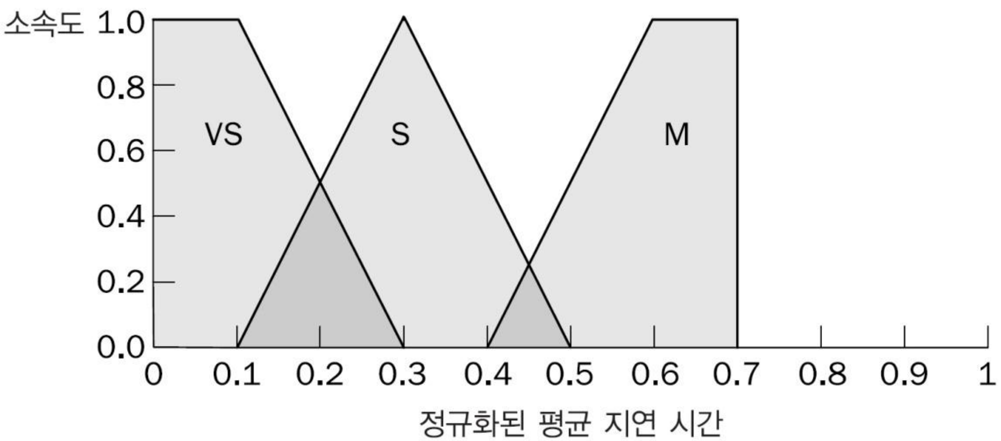
❖ 퍼지 전문가 시스템 구축

- 2단계: 퍼지 집합을 결정

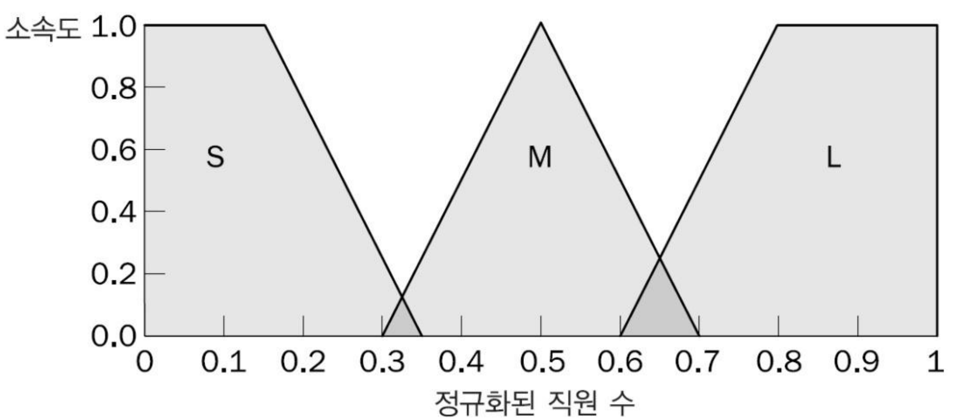
언어 변수: 수리 가동률(ρ)		
언어값	표기	수치 범위
낮다	L	[0, 0.6]
중간이다	M	[0.4, 0.8]
높다	H	[0.60, 1]
언어 변수: 예비 부품 개수(n)		
언어값	표기	정규화된 수치 범위
매우 적다	VS	[0, 0.30]
적다	S	[0, 0.40]
조금 적다	RS	[0.25, 0.45]
중간이다	M	[0.30, 0.70]
조금 많다	RL	[0.55, 0.75]
많다	L	[0.60, 1]
매우 많다	VL	[0.70, 1]

❖ 퍼지 전문가 시스템 구축

- 2단계: 퍼지 집합을 결정



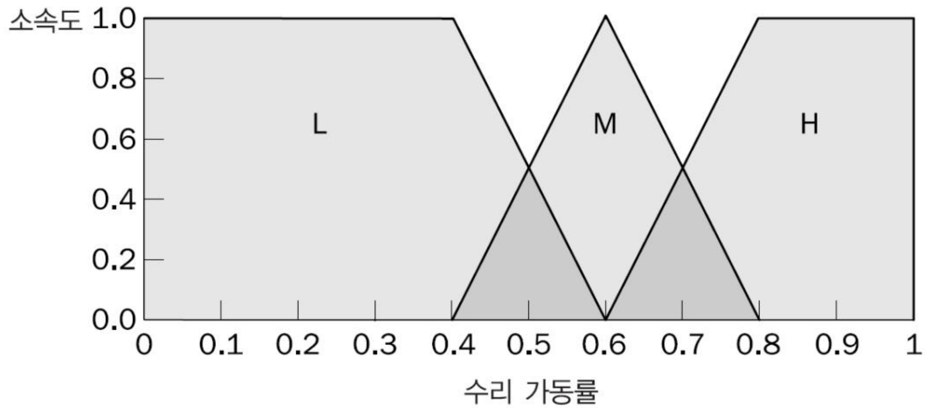
[그림 4-16] 평균 지연 시간 *m*의 퍼지 집합



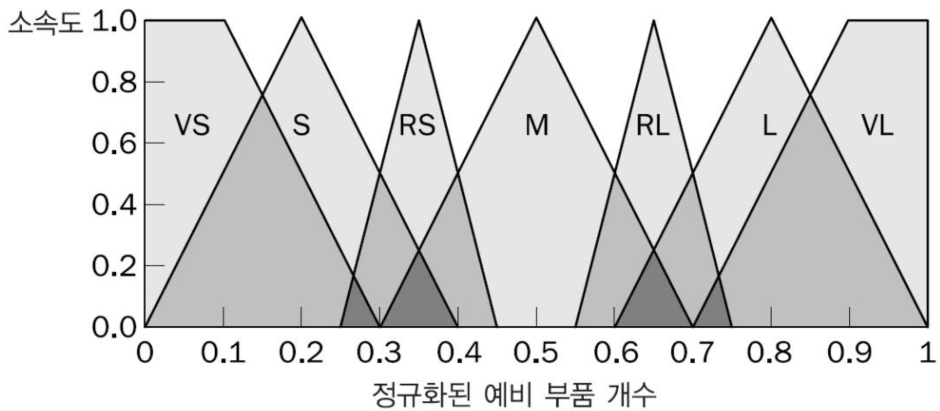
[그림 4-17] 직원 수 *s*의 퍼지 집합

❖ 퍼지 전문가 시스템 구축

- 2단계: 퍼지 집합을 결정



[그림 4-18] 수리 가동률 ρ의 퍼지 집합



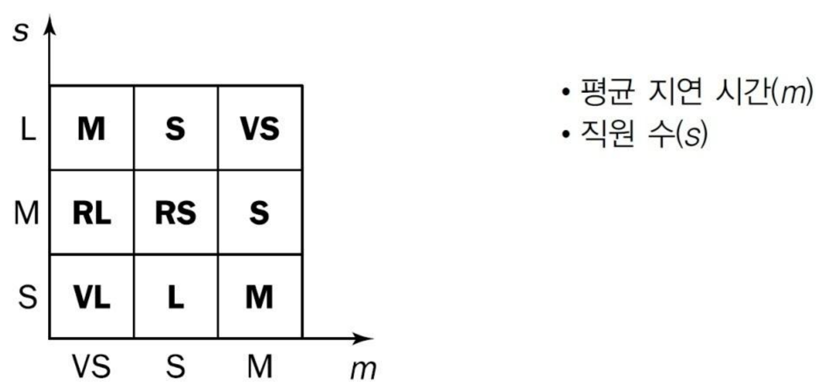
[그림 4-19] 예비 부품 개수 n의 퍼지 집합

❖ 퍼지 전문가 시스템 구축

- 3단계: 퍼지 규칙을 구성하고 도출
  - 퍼지 규칙을 구한다.
  - 이를 위해 전문가에게 앞에서 정의한 퍼지 언어 변수를 써서 문제를 어떻게 해결하는지 설명해 달라고 해야 한다.
  - 필요한 지식은 책, 컴퓨터 데이터베이스, 흐름도, 인간 행동 관찰 등 여러 출처를 통해 수집할 수 있다.
  - 지금 다루는 문제에는 연구 논문(Turksen 외, 1992)에서 제안한 규칙을 적용할 수 있다.
  - 이 문제에는 입력 변수가3개, 출력 변수가1개 있다. 퍼지 규칙을 행렬로 나타내면 편리한 경우가 많다.
  - 2 × 1 시스템(입력2개, 출력1개)은 입력 변수의M × N 행렬로 나타낼 수 있다. 입력 변수의 하나는 가로축 언어값, 다른 입력 변수의 언어값은 세로축을 이룬다.
  - 행과 열이 교차하는 지점에는 출력 변수의 언어값을 놓는다. 3 × 1 시스템(입력 3개, 출력 1개)은 3차원 행렬(M ×N × K)로 표현된다. 이러한 표현 형식을 퍼지 연관 메모리(FAM, Fuzzy Associative Memory) 라 한다.

❖ 퍼지 전문가 시스템 구축

- 3단계: 퍼지 규칙을 구성하고 도출
  - 다른 입력 변수가 고정되었다고 가정하고, 수리 가동률 ρ와 예비 부품 개수 n 사이의 매우 기본적인 관계를 먼저 이용해 보자.
  - 이 관계는 ρ가 늘어나면 n은 줄어들지 않을 것이라는 식으로 나타낼 수 있다.
  - 따라서 다음 세 규칙을 쓸 수 있다.
    1. If (**수리 가동률이** L) then (**예비 부품 개수는** S)
    2. If (**수리 가동률이** M) then (**예비 부품 개수는** M)
    3. If (**수리 가동률이** H) then (**예비 부품 개수는** L)
  - 이제 나머지 규칙을 행렬로 나타내는 3 × 3 FAM을 만들 수 있다.
  - 결과는 [그림 4-20]과 같다.



[그림 4-20] 2차원 FAM 표현

❖ 퍼지 전문가 시스템 구축

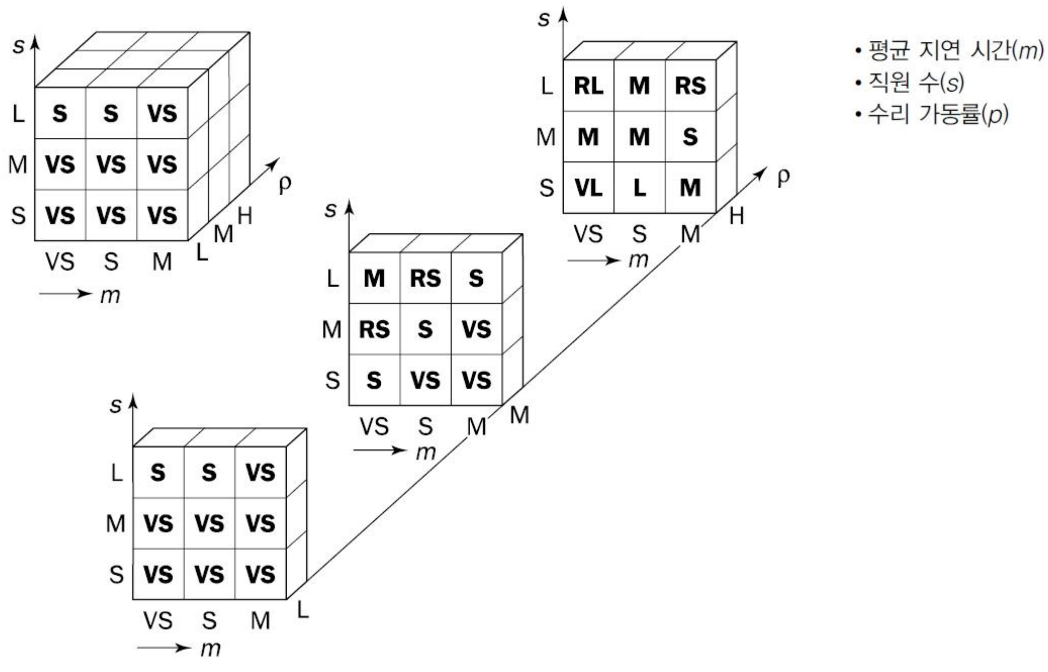
- 3단계: 퍼지 규칙을 구성하고 도출
  - 한편 '전문가의 손길'(Turksen 외, 1992)을 써서 서비스 센터 운영을 자세히 분석하면 전문가 시스템에서 사용하는 모든 변수 사이의 복잡한 관계를 나타내는27가지 규칙을 이끌어낼 수 있다.
  - 이 규칙을 [표 4-4]에 정리했으며, [그림 4-21]에서 3차원(3 × 3 × 3) FAM 표현을 보여준다.

[표 4-4] 규칙표

규칙	*m*	*s*	*ρ*	*n*	규칙	*m*	*s*	*ρ*	*n*	규칙	*m*	*s*	*ρ*	*n*
1	VS	S	L	VS	10	VS	S	M	S	19	VS	S	H	VL
2	S	S	L	VS	11	S	S	M	VS	20	S	S	H	L
3	M	S	L	VS	12	M	S	M	VS	21	M	S	H	M
4	VS	M	L	VS	13	VS	M	M	RS	22	VS	M	H	M
5	S	M	L	VS	14	S	M	M	S	23	S	M	H	M
6	M	M	L	VS	15	M	M	M	VS	24	M	M	H	S
7	VS	L	L	S	16	VS	L	M	M	25	VS	L	H	RL
8	S	L	L	S	17	S	L	M	RS	26	S	L	H	M
9	M	L	L	VS	18	M	L	M	S	27	M	L	H	RS

❖ 퍼지 전문가 시스템 구축

- 3단계: 퍼지 규칙을 구성하고 도출



[그림 4-21] 3차원 FAM과 그 단면

- 우리는 먼저 12가지(3 + 3 × 3) 규칙을 정했고, 그 다음에 27가지(3 × 3 × 3) 규칙을 얻었다.
- 두 가지를 모두 구현하여 결과를 비교할 수 있다. 어느 쪽이 좋은지는 오직 시스템의 성능으로만 판단할 수 있다.

❖ 퍼지 전문가 시스템 구축

- 3단계: 퍼지 규칙을 구성하고 도출

기반 규칙 1

1. If (수리 가동률이 L) then (예비 부품 개수는 S)
2. If (수리 가동률이 M) then (예비 부품 개수는 M)
3. If (수리 가동률이 H) then (예비 부품 개수는 L)

4. If (평균 지연 시간이 VS) and (직원 수가 S) then (예비 부품 개수는 VL)
5. If (평균 지연 시간이 S) and (직원 수가 S) then (예비 부품 개수는 L)
6. If (평균 지연 시간이 M) and (직원 수가 S) then (예비 부품 개수는 M)

7. If (평균 지연 시간이 VS) and (직원 수가 M) then (예비 부품 개수는 RL)
8. If (평균 지연 시간이 S) and (직원 수가 M) then (예비 부품 개수는 RS)
9. If (평균 지연 시간이 M) and (직원 수가 M) then (예비 부품 개수는 S)

10. If (평균 지연 시간이 VS) and (직원 수가 L) then (예비 부품 개수는 M)
11. If (평균 지연 시간이 S) and (직원 수가 L) then (예비 부품 개수는 S)
12. If (평균 지연 시간이 M) and (직원 수가 L) then (예비 부품 개수는 VS)

❖ 퍼지 전문가 시스템 구축

- 3단계: 퍼지 규칙을 구성하고 도출

기반 규칙 2

1. If (평균 지연 시간이 VS) and (직원 수가 S) and (수리 가동률이 L) then (예비 부품 개수는 VS)
2. If (평균 지연 시간이 S) and (직원 수가 S) and (수리 가동률이 L) then (예비 부품 개수는 VS)
3. If (평균 지연 시간이 M) and (직원 수가 S) and (수리 가동률이 L) then (예비 부품 개수는 VS)
4. If (평균 지연 시간이 VS) and (직원 수가 M) and (수리 가동률이 L) then (예비 부품 개수는 VS)
5. If (평균 지연 시간이 S) and (직원 수가 M) and (수리 가동률이 L) then (예비 부품 개수는 VS)
6. If (평균 지연 시간이 M) and (직원 수가 M) and (수리 가동률이 L) then (예비 부품 개수는 VS)
7. If (평균 지연 시간이 VS) and (직원 수가 L) and (수리 가동률이 L) then (예비 부품 개수는 S)
8. If (평균 지연 시간이 S) and (직원 수가 L) and (수리 가동률이 L) then (예비 부품 개수는 S)
9. If (평균 지연 시간이 M) and (직원 수가 L) and (수리 가동률이 L) then (예비 부품 개수는 VS)

10. If (평균 지연 시간이 VS) and (직원 수가 S) and (수리 가동률이 M) then (예비 부품 개수는 S)
11. If (평균 지연 시간이 S) and (직원 수가 S) and (수리 가동률이 M) then (예비 부품 개수는 VS)
12. If (평균 지연 시간이 M) and (직원 수가 S) and (수리 가동률이 M) then (예비 부품 개수는 VS)
13. If (평균 지연 시간이 VS) and (직원 수가 M) and (수리 가동률이 M) then (예비 부품 개수는 RS)
14. If (평균 지연 시간이 S) and (직원 수가 M) and (수리 가동률이 M) then (예비 부품 개수는 S)
15. If (평균 지연 시간이 M) and (직원 수가 M) and (수리 가동률이 M) then (예비 부품 개수는 VS)
16. If (평균 지연 시간이 VS) and (직원 수가 L) and (수리 가동률이 M) then (예비 부품 개수는 M)

❖ 퍼지 전문가 시스템 구축

- 3단계: 퍼지 규칙을 구성하고 도출

17. If (평균 지연 시간이 S) and (직원 수가 L) and (수리 가동률이 M) then (예비 부품 개수는 RS)
18. If (평균 지연 시간이 M) and (직원 수가 L) and (수리 가동률이 M) then (예비 부품 개수는 S)
19. If (평균 지연 시간이 VS) and (직원 수가 S) and (수리 가동률이 H) then (예비 부품 개수는 VL)
20. If (평균 지연 시간이 S) and (직원 수가 S) and (수리 가동률이 H) then (예비 부품 개수는 L)
21. If (평균 지연 시간이 M) and (직원 수가 S) and (수리 가동률이 H) then (예비 부품 개수는 M)
22. If (평균 지연 시간이 VS) and (직원 수가 M) and (수리 가동률이 H) then (예비 부품 개수는 M)
23. If (평균 지연 시간이 S) and (직원 수가 M) and (수리 가동률이 H) then (예비 부품 개수는 M)
24. If (평균 지연 시간이 M) and (직원 수가 M) and (수리 가동률이 H) then (예비 부품 개수는 S)
25. If (평균 지연 시간이 VS) and (직원 수가 L) and (수리 가동률이 H) then (예비 부품 개수는 RL)
26. If (평균 지연 시간이 S) and (직원 수가 L) and (수리 가동률이 H) then (예비 부품 개수는 M)
27. If (평균 지연 시간이 M) and (직원 수가 L) and (수리 가동률이 H) then (예비 부품 개수는 RS)

❖ 퍼지 전문가 시스템 구축

- 4 단계: 퍼지 집합, 퍼지 규칙, 퍼지 추론을 수행하는 절차를 퍼지 시스템에 부호화
  - 퍼지 집합과 퍼지 규칙을 정의하는 다음 단계에서는 이들을 부호화하여 실제 퍼지 전문가 시스템을 구축한다.
  - 여기에는 두 가지 방법이 있다. C나 파스칼 같은 프로그래밍 언어를 써서 직접 시스템을 구축하는 방법과 MathWorks의 MATLAB Fuzzy Logic Toolbox나 퍼지시스템 엔지니어링사의 Fuzzy Knowledge BuilderTM 같은 퍼지 논리 개발 도구를 쓰는 방법이다.
  - 숙련된 퍼지 시스템 개발자들은 대부분 C/C++ 프로그래밍 언어를 선호한다(Cox, 1999; Li와 Gupta, 1995).
  - 그러나 퍼지 전문가 시스템을 빠르게 개발하거나 원형을 만들려면 퍼지 논리 개발 도구가 가장 적당하다.
  - 이들 도구는 보통 퍼지 시스템을 구축하고 테스트하는 완전한 환경을 제공한다.

❖ 퍼지 전문가 시스템 구축

- 4단계: 퍼지 집합, 퍼지 규칙, 퍼지 추론을 수행하는 절차를 퍼지 시스템에 부호화
  - 이를테면, MATLAB Fuzzy Logic Toolbox에는 GUI 편집기 5가지(퍼지 추론 시스템 편집기, 규칙 편집기, 소속 함수 편집기, 퍼지 추론 뷰어, 출력 표면 뷰어)가 통합되어 있다.
  - 이런 특징 덕분에 퍼지 시스템을 훨씬 쉽게 설계할 수 있다.
  - 퍼지 전문가 시스템을 구축해본 경험이 많지 않은 초보자는 개발 도구를 사용하는 편이 낫다.
  - 퍼지 논리 개발 도구를 쓰기로 했다면, 지식 공학자는 영어와 비슷한 문법에 맞추어 퍼지 규칙을 부호화하고, 도표로 소속 함수를 정의하면 된다.
  - 이 문제에 대한 퍼지 전문가 시스템을 구축할 때는 많이 사용하는 MATLAB Fuzzy Logic Toolbox를 사용할 것이다.
  - 이 도구는 퍼지 규칙을 계산하는 시스템의 뼈대와 GUI를 제공한다.
  - 퍼지 시스템 구축을 처음 해보는 사람도 배우기 쉽고 사용하기 편리하다.

❖ 퍼지 전문가 시스템 구축

- 5단계: 시스템을 평가하고 조정

  평가

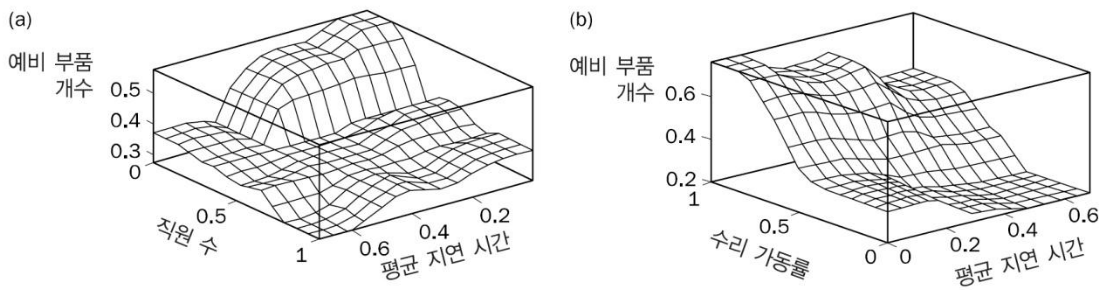
  - 시스템을 평가하고 조정하는 단계로 손이 가장 많이 간다.
  - 퍼지 시스템이 최초로 제시한 요구 사항을 만족하는지 확인해야 한다.
  - 테스트 상황은 평균 지연 시간, 직원 수,수리 가동률에 따라 여러 가지가 있을 수 있다.
  - Fuzzy Logic Toolbox는 시스템의 성능 분석 작업을 돕는 도표를 만들 수 있다.
  - [그림 4-22]는 2입력 1출력 시스템에 대한 3차원 도면이다.

  조절

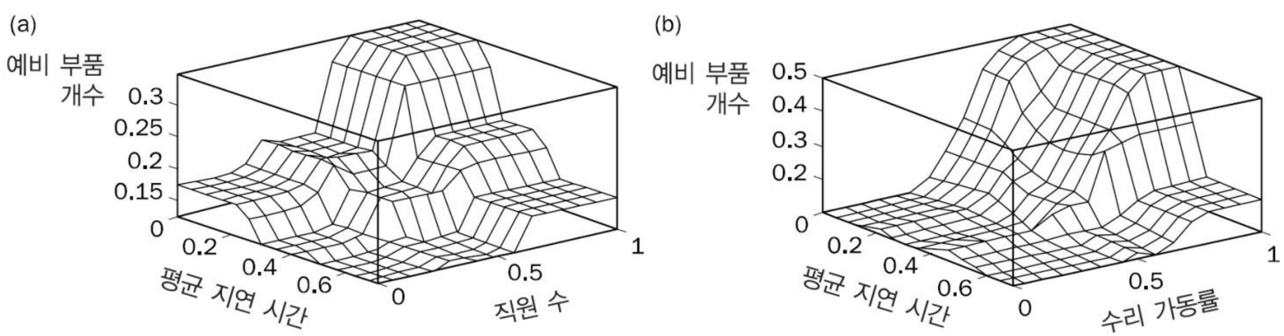
  - 3차원 이상을 넘어설 수 있을까? 3차원을 넘어가면 결과를 표시하기 어려워진다.
  - 다행히 Fuzzy Logic Toolbox에는 특별한 기능이 있다.
  - 임의의 두 입력은 변화시키고 나머지 입력은 고정시킨 3차원 도면을 생성하는 기능이다.
  - 그림으로써 3입력 1출력 시스템의 성능을 3차원 도면 두 개로 관찰할 수 있다.
  - 퍼지 시스템이 잘 작동하기는 하지만, 기반 규칙 2를 적용해서 성능을 높이고 싶을 수 있다.
  - 그 결과를 [그림 4-23]에 보인다. [그림 4-22]와 [그림 4-23]을 비교하면 성능 향상을 확인할 수 있다.

❖ 퍼지 전문가 시스템 구축

- 5단계: 시스템을 평가하고 조정



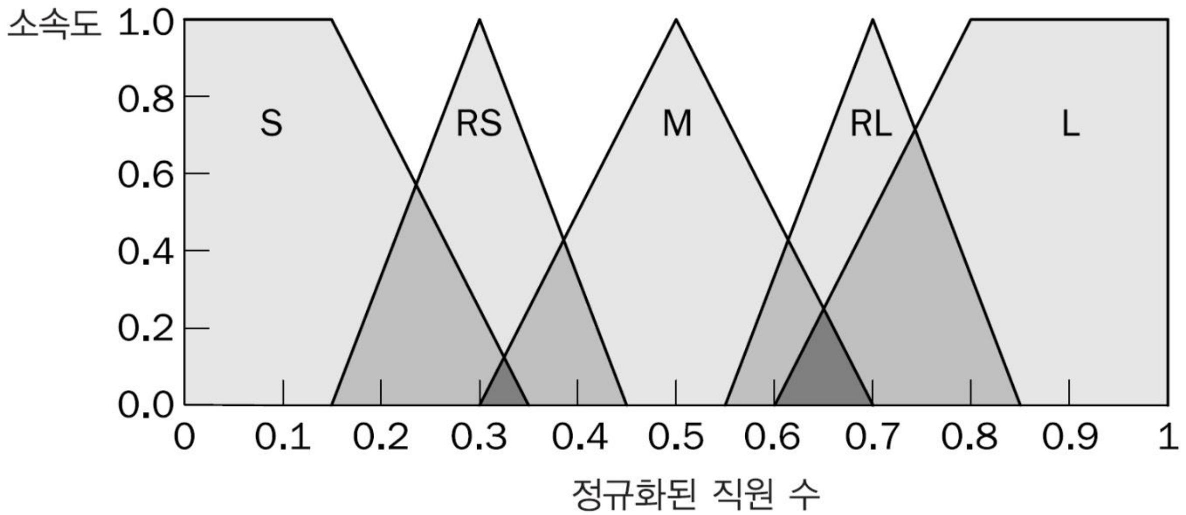
[그림 4-22] 기반 규칙 1의 3차원 도면



[그림 4-23] 기반 규칙 2의 3차원 도면

❖ 퍼지 전문가 시스템 구축

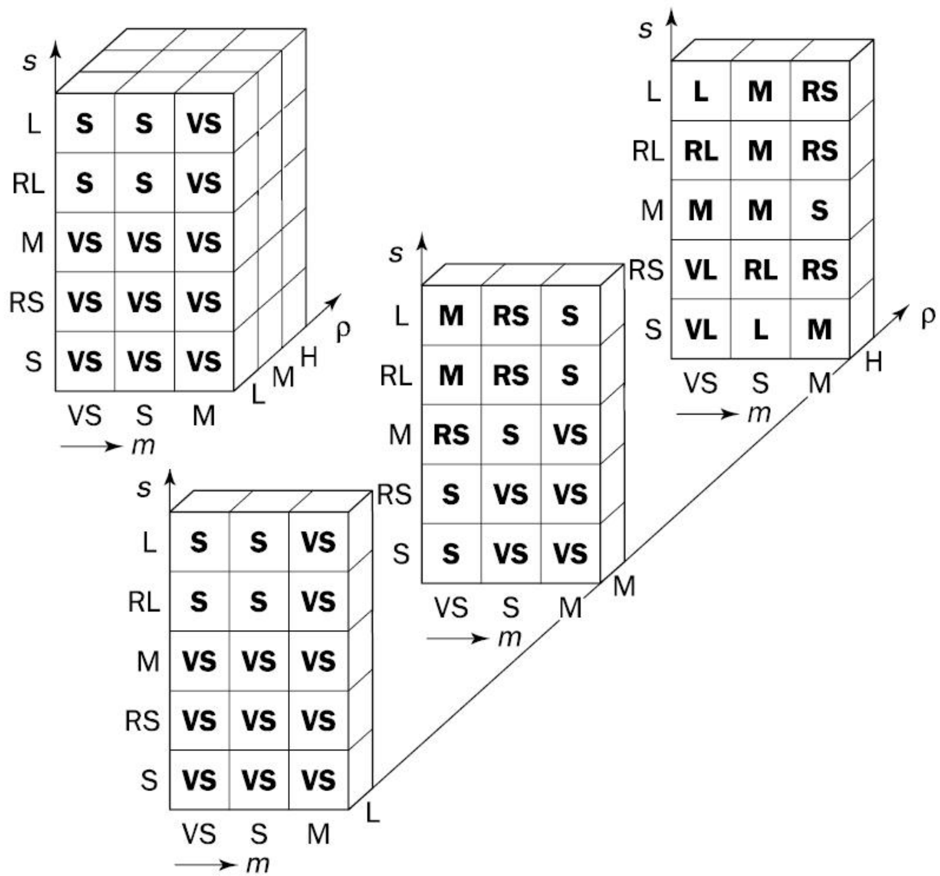
- 5단계: 시스템을 평가하고 조정
  - 그러나 이렇게 해도 전문가는 시스템의 성능에 만족하지 못할 수 있다.
  - 전문가는 성능을 더욱 높이려고 논의 영역 직원 수에 ([그림 4-24]에 보이는 것과 같이) 조금 적다와 조금 많다를 추가하고 [그림4-25]에 나타낸FAM에 따라 기반 규칙을 확장하자고 제안할 수 있다.
  - 퍼지 시스템은 바꾸고 확장하기 쉽기 때문에, 전문가의 제안을 따르면 [그림 4-26]에 보인 결과를 빠르게 얻을 수 있다.



[그림 4-24] 수정된 직원 수 *s* 퍼지 집합

❖ 퍼지 전문가 시스템 구축

- 5단계: 시스템을 평가하고 조정

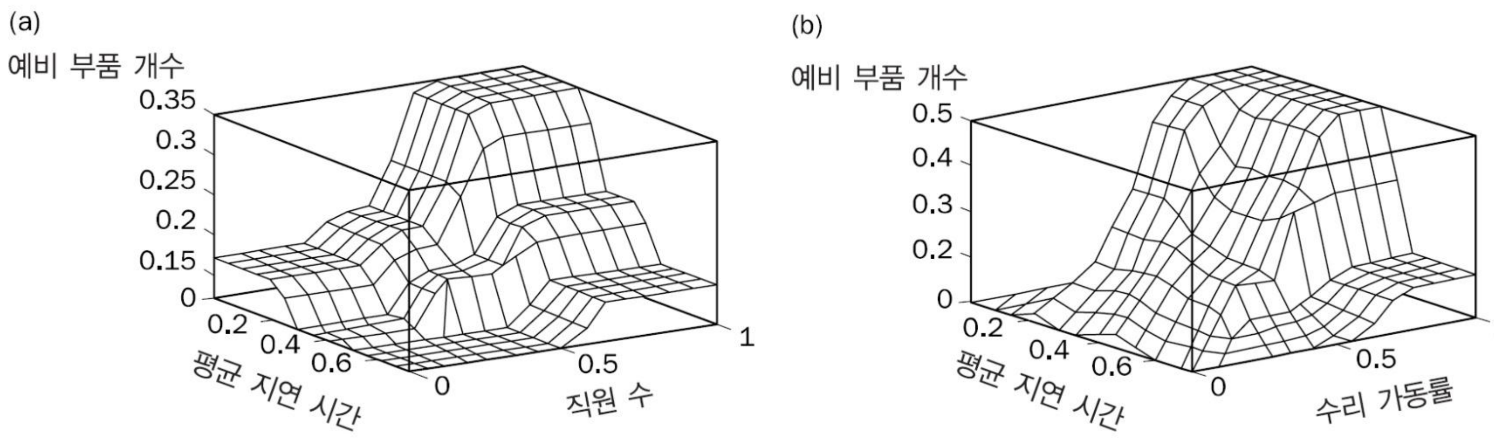


- 평균 지연 시간(m)
- 직원 수(s)
- 수리 가동률(p)

[그림 4-25] 기반 규칙 3의 3차원 FAM

❖ 퍼지 전문가 시스템 구축

- 5단계: 시스템을 평가하고 조정



[그림 4-26] 기반 규칙 3의 3차원 도면

- 일반적으로 퍼지 전문가 시스템을 조정하는 작업은 퍼지 집합을 결정하고 퍼지 규칙을 만드는 작업보다 훨씬 많은 시간과 노력이 든다.
- 보통 처음 만든 퍼지 집합과 퍼지 규칙에서 문제에 대한 적절한 해결책을 얻을 수 있다.
- 이는 일반적으로 인정되는 퍼지 논리의 장점이다.
- 그러나 퍼지 시스템을 개선하는 작업은 공학이라기보다 기교가 되기 쉽다.

❖ 퍼지 전문가 시스템 구축

- 5단계: 시스템을 평가하고 조정
  - 퍼지 시스템 조정은 다음과 같은 순서로 수행할 수 있다.
  - 1. 모델의 입출력 변수를 재검토하고, 필요하면 범위를 재조정한다. 특히 변수 단위에 주의한다. 같은 영역에서 사용하는 변수는 논의 영역에서 동일한 단위를 적용해야 한다.
  - 2. 퍼지 집합을 재검토하고, 필요하면 논의 영역에 집합을 추가한다. 범위가 넓은 퍼지 집합을 쓰면 퍼지 시스템이 세밀하지 않게 작동할 수 있다.
  - 3. 인접한 집합들이 충분히 겹치게 한다. 얼마나 겹치면 최적인지 결정하는 정확한 방법은 없지만, 삼각형-삼각형이나 사다리꼴-삼각형 퍼지 집합이 인접할 때는 일반적으로 아랫변의 25~50%가 겹치는 것을 권한다(Cox, 1999).
  - 4. 규칙을 재검토하고, 필요하면 기반 규칙에 새로운 규칙을 추가한다.
  - 5. 기반 규칙을 검토하고, 헤지 규칙을 작성해서 시스템의 이상한 동작을 잡아낼 가능성이 있는지 알아본다.
  - 6. 규칙 실행 가중치를 바꾼다. 퍼지 논리 도구 대부분은 가중치 배율을 바꿈으로써 규칙의 중요도를 제어할 수 있게 한다. Fuzzy Logic Toolbox에서는 모든 규칙의 기본 가중치가 1.0이다. 그러나 사용자가 가중치를 바꿔 규칙의 위력을 줄일 수 있다. 만약 다음과 같이정한다면 규칙의 위력은40% 정도 줄어든다.
  - If (수리 가동률이H) then (예비 부품 개수는 L) (0.6)
  - 7. 퍼지 집합의 모양을 바꾼다. 퍼지 시스템은 대부분 모양 근사에 높은 내성이 있다. 따라서 시스템은 퍼지 집합의 모양이 정확하게 정의되지 않은 경우에도 여전히 잘 작동할 것이다.

❖ 퍼지 전문가 시스템 구축

- 역퍼지화 방법은 어떨까, 시스템을 조정하려면 다른 방법을 써야 할까
  - 무게 중심법은 일관된 결과를 제공하는 것으로 보이고, 모든 퍼지 영역의 높이나 너비뿐만 아니라 빈약한 단일체에도 잘 작동한다.
  - 따라서 다른 역퍼지화 방법을 썼을 때 퍼지 시스템이 더 잘 작동한다는 확실한 근거가 없다면 무게 중심법을 권한다.

퍼지 전문가 시스템을 제공하는 소프트웨어

- MathWorks의 MATLAB Fuzzy Logic Toolbox
- 퍼지시스템 엔지니어링사의 Fuzzy Knowledge Builder(TM)
- FuzzyJ Toolkit with JESS
- jFuzzyLogic (Open Source Fuzzy Logic library and FCL language implementation)
  - http://jfuzzylogic.sourceforge.net/html/index.html

jFuzzyLogic

- Fuzzy Control Language (FCL) 스펙을 자바로 구현하고 있는 퍼지 논리 패키지
- Fuzzy Control Language (FCL) 스펙 - IEC 61131 part 7
- Parametric optimization algorithms: Derivate, Gradient descent, Jump
- Membership functions:
  - Continuous: GenBell, Sigmoidal, Trapetzoidal, Gaussian, PieceWiseLinear, Triangular, Cosing, Dsigm
  - Discrete: Singleton, GenericSingleton
- Defuzzifiers
  - Continuous: CenterOfGravity, RightMostMax, CenterOfArea, LeftMostMax, MeanMax
  - Discrete: CenterOfGravitySingletons
- Rule aggregation : BoundedSum, Max, ProbOr, Sum, NormedSum

- 이클립스 플러그인을 제공함

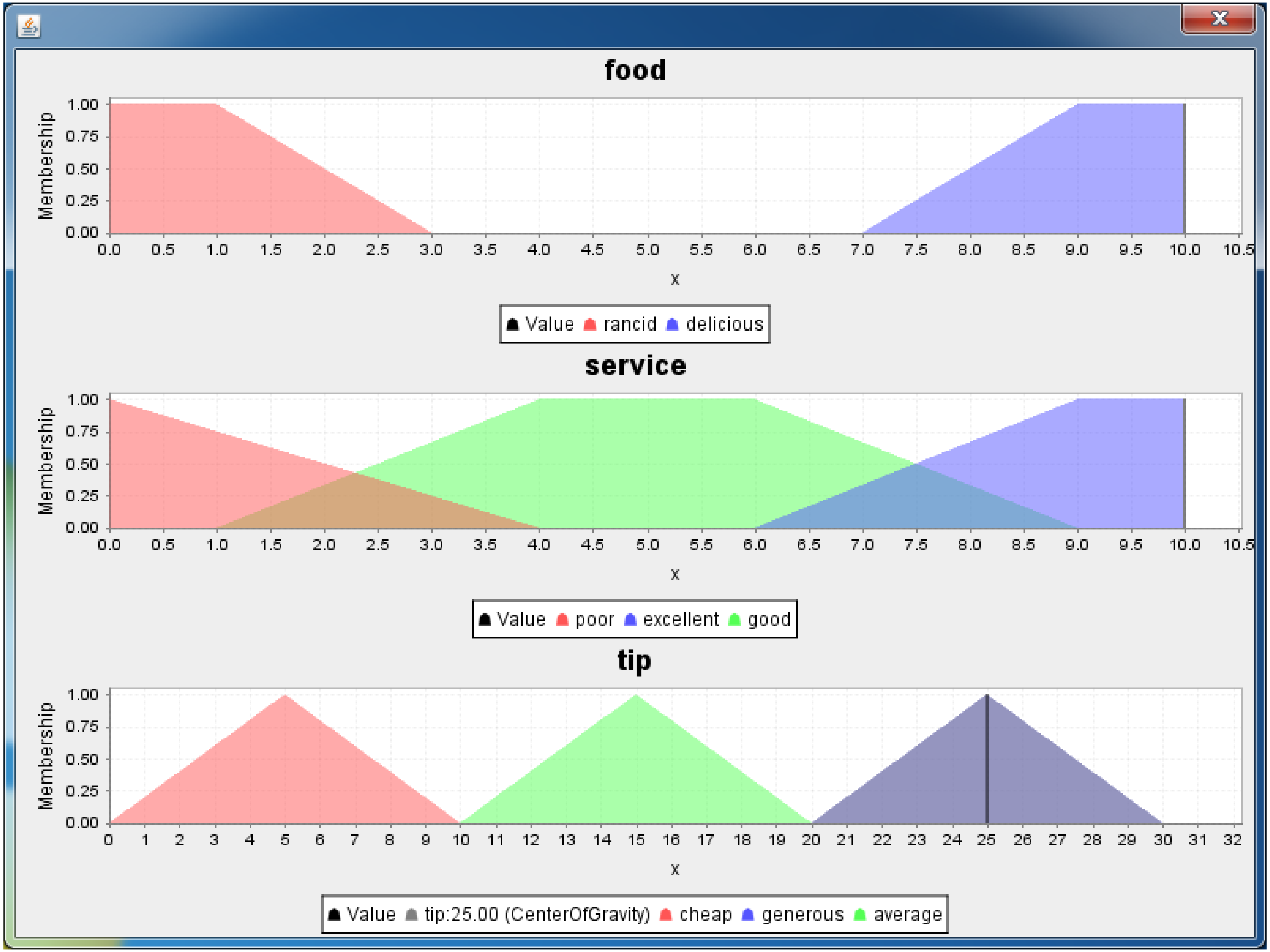
jFuzzyLogic 실행 방법

- 데모를 보기 위해서는 jFuzzyLogic_v2.1a.jar 를 다운로드받은 후, 다음 명령을 실행
  - java -jar jFuzzyLogic_v2.1a.jar demo
- FCL로 구성된 퍼지 규칙 베이스를 실행하기 위해서는 다음과 같이 입력함
  - java -jar jFuzzyLogic.jar file.fcl

jFuzzyLogic의 tipper.fcl

```
FUNCTION_BLOCK tipper

VAR_INPUT
	food : REAL;
	service : REAL;
END_VAR

VAR_OUTPUT
	tip : REAL;
END_VAR

FUZZIFY food
	TERM delicious :=  (7.0, 0.0) (9.0, 1.0) (10.0, 1.0) ;
	TERM rancid :=  (0.0, 1.0) (1.0, 1.0) (3.0, 0.0) ;
END_FUZZIFY

FUZZIFY service
	TERM excellent :=  (6.0, 0.0) (9.0, 1.0) (10.0, 1.0) ;
	TERM good :=  (1.0, 0.0) (4.0, 1.0) (6.0, 1.0) (9.0, 0.0) ;
	TERM poor :=  (0.0, 1.0) (4.0, 0.0) ;
END_FUZZIFY

DEFUZZIFY tip
	TERM average :=  (10.0, 0.0) (15.0, 1.0) (20.0, 0.0) ;
	TERM cheap :=  (0.0, 0.0) (5.0, 1.0) (10.0, 0.0) ;
	TERM generous :=  (20.0, 0.0) (25.0, 1.0) (30.0, 0.0) ;
	METHOD : COG;
	DEFAULT := 0.0;
	RANGE := (0.0 .. 30.0);
END_DEFUZZIFY

RULEBLOCK No1
	ACT : MIN;
	ACCU : MAX;
	AND : MIN;
	RULE 1 : IF (service IS poor) OR (food IS rancid) THEN tip IS cheap;
	RULE 2 : IF service IS good THEN tip IS average;
	RULE 3 : IF (service IS excellent) AND (food IS delicious) THEN tip IS generous;
END_RULEBLOCK

END_FUNCTION_BLOCK
```

jFuzzyLogic 데모 실행



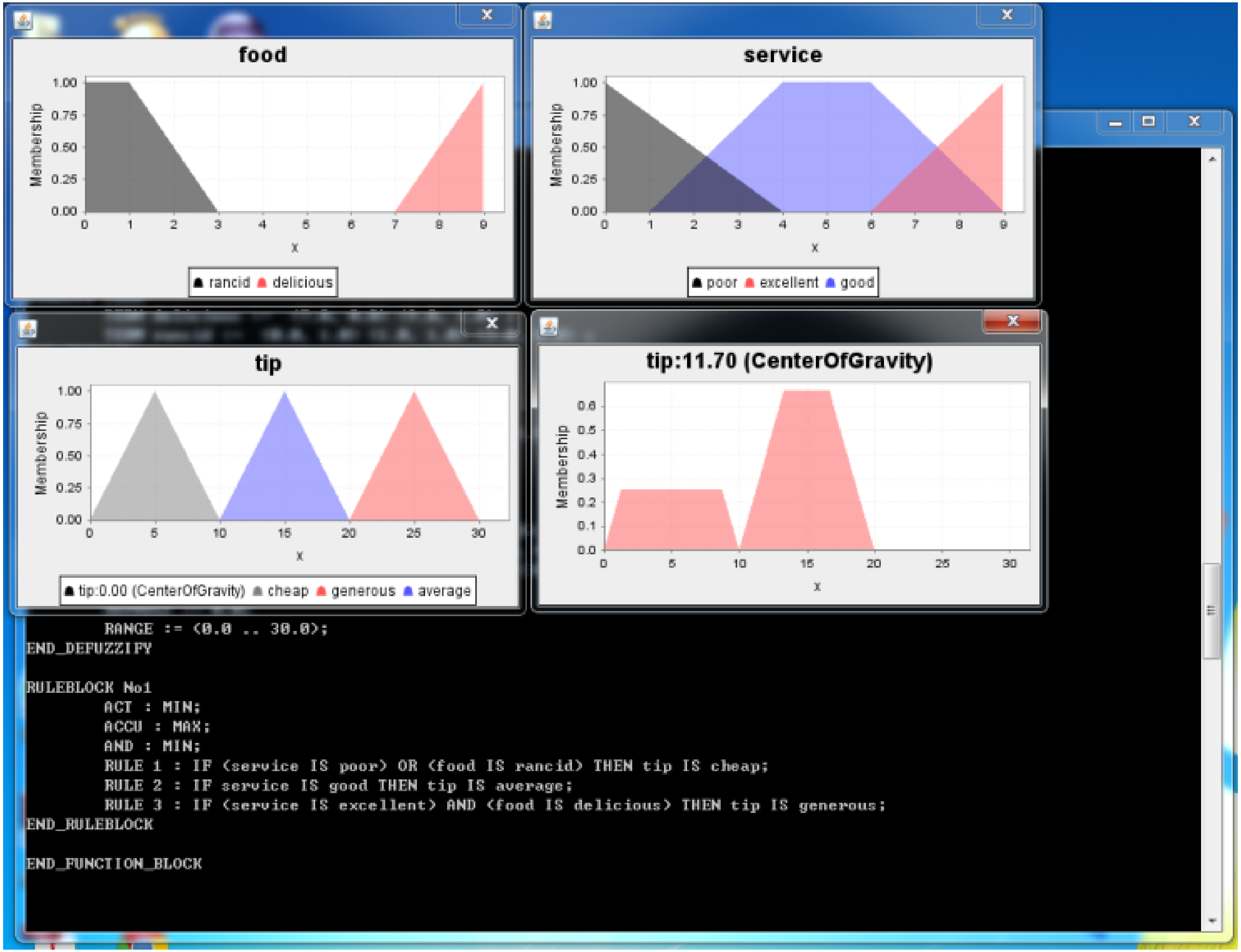
jFuzzyLogic 데모 출력 결과

```
Service: 0.00   food:0.00      => tip: 5.00 %
Service: 0.10   food:0.10      => tip: 5.00 %
Service: 0.20   food:0.20      => tip: 5.00 %
Service: 0.30   food:0.30      => tip: 5.00 %
Service: 0.40   food:0.40      => tip: 5.00 %
Service: 0.50   food:0.50      => tip: 5.00 %

…

Service: 9.50   food:9.50      => tip: 25.00 %
Service: 9.60   food:9.60      => tip: 25.00 %
Service: 9.70   food:9.70      => tip: 25.00 %
Service: 9.80   food:9.80      => tip: 25.00 %
Service: 9.90   food:9.90      => tip: 25.00 %
Service: 10.00  food:10.00     => tip: 25.00 %
```

jFuzzyLogic 자바 예제 – TestTipper.java

```
import net.sourceforge.jFuzzyLogic.FIS;

/**
 * Test parsing an FCL file
 * @author pcingola@users.sourceforge.net
 */
public class TestTipper
{
    public static void main(String[] args) throws Exception
    {
        String fileName = "tipper.fcl"; // Load from 'FCL' file
        FIS fis = FIS.load(fileName,true);
        if( fis == null ) // Error while loading?
        {
            System.err.println("Can't load file: '" + fileName + "'");
            return;
        }
        fis.chart(); // Show
        fis.setVariable("service", 3); // Set inputs
        fis.setVariable("food", 7); // Set inputs
        fis.evaluate(); // Evaluate
        fis.getVariable("tip").chartDefuzzifier(true); // Show output variable's chart
        System.out.println(fis); // Print ruleSet
    }
}
```

TestTipper 실행 결과



08_요약

❖ 퍼지 전문가 시스템 요약

- 퍼지 논리
  - 퍼지 논리는 모호함을 설명하는 논리다. 퍼지 논리는 낱말, 의사 결정, 상식에 관한 인간의 감각을 모델링하려 하기 때문에 기계를 좀 더 인간에 가깝고 지능적으로 만든다.
  - 퍼지 논리는 얀 루카지위츠가 1920년대에 소개하고, 맥스 블랙이 1930년대에 심화했으며, 로트피 자데가 1960년대에 재발견하고 수리 논리를 사용하는 정형화된 시스템으로 확장시켜 널리 전파했다.
  - 퍼지 논리는 고전적인 이진 논리의 크리스프 소속성보다 소속된 정도에 바탕을 두고 표현하는 지식에 대한 수학 법칙의 집합이다. 불 논리는2치 논리지만, 퍼지 논리는 다치 논리다.

- 퍼지 집합
  - 퍼지 집합은 사람의 키를 작은 키, 보통 키, 큰 키로 나누는 것처럼 경계가 모호(퍼지)한 집합이다.
  - 퍼지 집합을 컴퓨터에서 나타내려면 퍼지 집합을 함수로 나타내고 집합의 원소를 소속도에 대응시킨다. 퍼지 전문가 시스템에서 쓰는 전형적인 소속 함수는 삼각형과 사다리꼴이다.

- 언어 변수
  - 언어 변수는 막연하거나 모호한 값에 연관된 용어나 개념을 설명하는 데 쓰인다. 이 값들은 퍼지집합으로 표현한다.

08_요약

❖ 퍼지 전문가 시스템 요약

- 헤지
  - 헤지는 퍼지 집합의 모양을 바꾸는 퍼지 집합 한정사다. 헤지는 매우, 얼마간, 꽤, 다소, 조금 같은 부사를 포함한다.
  - 집중 연산은 퍼지 원소의 소속도를 낮춘다(예: 매우 키큰사람).
  - 확장 연산은 퍼지 원소의 소속도를 높인다(예: 다소 키큰사람). 강화 연산은 소속도가 0.5보다 크면 소속도를 더 높이고 0.5보다 작으면 더 낮춘다(예: 확실히 키 큰사람).

- 퍼지 집합끼리 상호작용이 가능하다. 퍼지 집합의 관계를 연산이라 한다. 퍼지 집합의 주요 연산에는 여집합, 포함관계, 교집합, 합집합이 있다.

- 퍼지 규칙
  - 퍼지 규칙은 인간의 지식을 포착하는 데 쓰인다. 퍼지 규칙은 다음과 같은 형태를 띠는 조건문이다.
  - x와 y는 퍼지 집합에 따라 결정된 언어 변수고,A와B는 언어값이다.

$$
\begin{array}{ll}
\text{IF} & x\text{가 } A \\
\text{THEN} & y\text{가 } B
\end{array}
$$

❖ 퍼지 전문가 시스템 요약

- 퍼지 추론
  - 퍼지 추론은 퍼지 집합론을 이용해 주어진 입력을 출력에 대응시키는 과정이다. 퍼지 추론 과정은 다음의 네 단계를 포함한다.

    입력 변수의 퍼지화 → 규칙 평가 → 출력으로 나온 규칙의 통합 → 역퍼지화
  - 퍼지 추론 기법에는 맘다니 방법과 스게노 방법이 있다.
  - 맘다니 방법은 퍼지 규칙상의 전문 지식을 포착하는 능력 때문에 퍼지 전문가 시스템에서 널리 쓰인다. 그러나 맘다니형 퍼지 추론을 수행하려면 상당한 시간이 걸린다.
  - 퍼지 추론을 효율적으로 계산하기 위해 스게노는 규칙 후건의 소속 함수로서 막대
  - 하나로 된 단일체를 도입했다.
  - 스게노 방법은 최적화나 적응형 기법과 함께 잘 작동한다. 이 특성 때문에 스게노형 추론은 제어, 특히 동적 비선형 시스템에서 매우 매력적이다.

- 퍼지 전문가 시스템 구축
  - 퍼지 전문가 시스템 구축이란 퍼지 집합과 퍼지 규칙을 정의한 다음, 정해진 요구조건에 따라 시스템을 평가하고, 조정하는 작업을 반복하는 과정이다.
  - 조정은 퍼지 시스템 구축에서 가장 힘들고 지루한 부분이다. 이 단계에는 흔히 이미 정해진 퍼지집합과 퍼지 규칙을 정비하는 작업이 포함된다.

Thank You !